



TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**ESTUDO DE FORMAS DE MODULAÇÃO MULTIPORTADORA
POR BANCO DE FILTROS (FBMC) EM UM CONTEXTO
DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO DE QUINTA
GERAÇÃO (5G) E RÁDIO COGNITIVO**

Geordana Saiory Maeda

Brasília, Março de 2018

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**ESTUDO DE FORMAS DE MODULAÇÃO MULTIPORTADORA
POR BANCO DE FILTROS (FBMC) EM UM CONTEXTO
DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO DE QUINTA
GERAÇÃO (5G) E RÁDIO COGNITIVO**

Geordana Saiory Maeda

*Relatório submetido ao Departamento de Engenharia
Elétrica como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Eletricista*

Banca Examinadora

Prof. João Paulo Leite, ENE/UnB
Orientador

Prof. Leonardo Aguayo, FGA/UnB
Examinador interno

Prof. Franklin da Costa Silva, ENE/UnB
Examinador interno

Dedicatória

À minha mãe, quem fez de tudo para tentar estar aqui.

Geordana Saiory Maeda

Agradecimentos

Agradeço a todos os meus colegas da Física, da Mecatrônica e da Elétrica que tornaram essa jornada divertida e inesquecível. Agradeço a todos os meus professores tanto pelos ensinamentos, quanto pelos desafios diários.

Agradeço à minha irmã, Gg, e ao meu cunhado, Bb, por sempre estarem ao meu lado independente da situação. Com vocês eu sei qual é o verdadeiro significado de Ohana.

Agradeço a todos os meus amigos, principalmente, aos Unicórnios, ao Andrezinho e ao Jessé por me motivarem nos momentos difíceis e por serem verdadeiros Bros.

Agradeço ao $\alpha\beta\gamma\delta$ quem, mesmo estando longe, nunca deixou de me fazer companhia e quem me ensinou a superar os desafios, mesmo quando as coisas estavam ruins.

Agradeço ao meu orientador Professor Dr. João Paulo Leite, quem sempre me inspirou e me mostrou que sempre é possível melhorar, com quem eu aprendi tudo sobre o fascinante mundo de telecomunicação e quem me guiou com muita paciência e sabedoria ao longo de um ano.

Geordana Saiory Maeda

RESUMO

Com o aumento da demanda por sistemas de comunicação sem fio, pesquisas foram realizadas a fim de desenvolver uma nova geração de redes móveis, a Quinta Geração (5G). Deste conjunto de soluções, é esperado um melhor desempenho da taxa de transmissão e da latência em relação à Quarta Geração (4G), por exemplo. Além disso, também é esperado a aplicação de novas tecnologias, como a internet das coisas e o rádio cognitivo.

O rádio cognitivo é uma solução proposta para a crescente escassez do espectro de frequência, para o qual é necessária uma forma de onda com menor radiação fora de banda. No entanto, a forma de onda dominante nos sistemas de comunicação sem fio atualmente é a multiplexação por divisão de frequências ortogonais (*Orthogonal Frequency-Division Multiplexing* - OFDM), que possui alta radiação fora de banda por ser baseada no uso de pulsos retangulares. Assim, neste trabalho, a multiportadora baseada em banco de filtros (*Filter Banks Multicarrier* - FBMC) é proposta.

Neste contexto, este trabalho inicialmente apresenta os fundamentos de sistemas multiportadora e de banco de filtros a fim de melhor compreender os sistemas FBMC. E, em seguida, alguns métodos de projeto de filtro com menor energia fora de banda são propostos para implementação em tais sistemas.

Por fim, os resultados de simulações de sistemas OFDM e FBMC são apresentados e verifica-se que os sistemas FBMC possuem uma menor energia fora de banda, o que os tornam potenciais candidatos para 5G com aplicação em rádio cognitivo.

ABSTRACT

With increasing demand for wireless communication systems, surveys were conducted in order to develop a new generation of mobile networks, the Fifth Generation (5G). From this set of solutions, it is expected a better performance for throughput and latency in comparison to the Fourth Generation (4G), for example. In addition, it is also expected an application of new technologies, such as internet of things and cognitive radio.

Cognitive radio is one of the proposed solutions to a growing frequency spectrum shortage, for which it is necessary a waveform with low out of band radiation. However, the dominant waveform in the current communication systems is Orthogonal Frequency-Division Multiplexing (OFDM), which has high out-of-band radiation once is based in rectangular pulses. Thus, in this work, an alternative technology is proposed, the Filter Banks Multicarrier (FBMC).

In this context, this work presents the fundamentals of multi-carrier systems and filter banks

in order to better understand FBMC systems. And, in following, some filter design methods with lower out-of-band radiation are proposed for implementation in FBMC systems.

Finally, results from the simulations of OFDM and FBMC systems are presented and it is noticeable that FBMC systems presented lower out-of-band radiation, what makes them potential candidates for 5G with cognitive radio application.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO.....	1
1.2	MOTIVAÇÃO	2
1.2.1	RÁDIO COGNITIVO	3
1.2.2	MODULAÇÃO	5
1.3	OBJETIVOS.....	5
1.4	APRESENTAÇÃO DO MANUSCRITO	6
2	SISTEMAS MULTITAXA.....	7
2.1	INTRODUÇÃO	7
2.2	SINAL DE TEMPO DISCRETO	7
2.3	REDUÇÃO DA TAXA DE AMOSTRAGEM	10
2.3.1	SUBAMOSTRAGEM	11
2.3.2	FILTRO ANTI- <i>Aliasing</i>	12
2.4	AUMENTO DA TAXA DE AMOSTRAGEM	12
2.4.1	SOBREAMOSTRAGEM	13
2.4.2	FILTRO ANTI-IMAGEM	13
2.5	SISTEMAS MULTITAXA	14
2.6	FILTROS FIR.....	16
2.7	BANCO DE FILTROS	19
2.7.1	BANCO DE FILTROS COM 2 CANAIS	19
2.7.2	BANCO DE FILTROS COM M CANAIS UNIFORMES.....	21
2.8	CONCLUSÃO	26
3	PROJETO DE FILTROS FIR.....	27
3.1	INTRODUÇÃO	27
3.2	RAIZ DO COSSENO LEVANTADO	27
3.3	PROJETO DE MARTIN.....	29
3.4	PROJETO DE FARHANG	31
3.4.1	DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS.....	33
3.4.2	ALGORITMO	34
3.5	PROTÓTIPOS PARA CANAIS VARIANTES NO TEMPO E NA FREQUÊNCIA	36
3.5.1	IOTA	38

3.5.2	PROJETO DE HAAS	39
3.6	COMPARAÇÃO	41
3.7	CONCLUSÃO	44
4	SISTEMAS MULTIPORTADORA	45
4.1	INTRODUÇÃO	45
4.2	FUNDAMENTOS DE SISTEMAS MULTIPORTADORA	45
4.3	OFDM	47
4.3.1	OFDM COM FFT	49
4.3.2	EXTENSÃO CÍCLICA	50
4.4	FBMC.....	51
4.4.1	CMT	52
4.4.2	SMT	53
4.4.3	FMT.....	54
4.5	SIMULAÇÃO E COMPARAÇÃO	54
4.6	CONCLUSÃO	59
5	CONCLUSÕES	61
5.1	PROPOSTAS FUTURAS.....	62
	ANEXOS.....	67
I	SIMULADOR DE SISTEMAS OFDM E FBMC	68

LISTA DE FIGURAS

1.1	Estimativa do desenvolvimento da Tecnologia da Informação e Comunicação Global.	2
1.2	Medição da Ocupação do Espectro [24].	3
1.3	Máscara espectral aplicada ao US para coexistir com os UP. Adaptado de [19].	4
2.1	Amostragem de um sinal discreto considerando $M = 4$. (a) Sinal do sinal antes da amostragem. (b) Função de amostragem. (c) Sinal após a amostragem [16].	8
2.2	Representação polifásica de $x(n)$. (a) Sinal discreto $x(n)$. Componente polifásica de $x(n)$ com (b) $\lambda = 0$ (c) $\lambda = 1$ (d) $\lambda = 2$ (e) $\lambda = 3$ para $M = 4$ [16].	9
2.3	Representação de modulação de $X(e^{j\Omega})$ com (a) $\lambda = 0$ (b) $\lambda = 1$ (c) $\lambda = 2$ (d) $\lambda = 2$ para $M = 4$ [16].	10
2.4	Decimação consiste em Filtro Anti- <i>Aliasing</i> e em Subamostrador [16].	11
2.5	Efeito da subamostragem no espectro do sinal. (a) Espectro sinal $x(n)$. (b) Espectro do sinal subamostrado $y(m)$ [16].	12
2.6	Interpolação consiste em sobreamostrador seguido de um filtro anti-imagem[16].	13
2.7	Efeito da sobreamostragem no Espectro. (a) Espectro do sinal $y(m)$. (b) Espectro do sinal sobreamostrado $u(n)$. Adaptado de [16].	13
2.8	Filtragem do sinal sobreamostrado com um filtro passa-baixa. (a) Espectro do sinal sobreamostrado $u(n)$. (b) Espectro do filtro anti-imagem. (c) Espectro do sinal de $u(n)$ após a filtragem [16].	14
2.9	Diagrama de blocos de um sistema multitaxa formado por um decimador, filtro Kernel e interpolador, respectivamente [16].	14
2.10	Diagrama de blocos de um filtro multitaxa de dois estágios [16].	15
2.11	Diagrama de blocos de um filtro multitaxa com estágio complementar [16].	15
2.12	Resposta na frequência (a) de um esquema multitaxa passa-alta (b) de um esquema multitaxa passa-alta ao se considerar o complemento [16].	16
2.13	Diagrama de blocos de um filtro multitaxa generalizado [16].	16
2.14	Exemplo da resposta ao impulso de um filtro FIR [16].	17
2.15	Exemplificação dos tipos de filtros FIR. Adaptado de [16].	17
2.16	Resposta na frequência de um filtro de meia-banda. [16].	18
2.17	Diagrama de Blocos de um Banco de Filtros (a) de Análise e (b) de Síntese com 2 canais [16].	19
2.18	Diagrama de blocos de um transmultiplexador de 2 canais [16].	21
2.19	Espectro de um banco de filtros sub-dividido em $M = 6$ sub-bandas [16].	21

2.20	Diagrama de Blocos de um Banco de Filtros (a)de Análise e (b)de Síntese com $M = 4$ canais [16].	22
2.21	Diagrama de Blocos de um Banco de Filtros (a) de Análise e (b) de Síntese [16].	23
3.1	Desempenho do protótipo da raiz do cosseno levantado para $M = 64$, $L = 257$ e $\beta = 1$.	28
3.2	Desempenho do protótipo da raiz do cosseno levantado para $M = 64$, $L = 257$ e $\beta = 0$.	28
3.3	Diagrama simplificado de um canal de comunicação Multitom. Adaptado de [21].	29
3.4	Desempenho do protótipo de Martin para $N = 64$ e $K = 4$.	31
3.5	Desempenho do protótipo de Martin para $N = 64$ e $K = 3$.	32
3.6	Desempenho do protótipo de Farhang para $L = 257$, $M = 64$, $\beta = 1$, $\gamma = 0, 1$, $\gamma' = 0, 1$ e $\eta = 0$.	35
3.7	Desempenho do protótipo de Farhang para $L = 257$, $M = 64$, $\beta = 1$, $\gamma = 0, 1$, $\gamma' = 0, 1$ e $\eta = 10$.	36
3.8	Função de Ambiguidade dos Filtros Propostos.	37
3.9	Desempenho do protótipo de IOTA com $M = 64$ e $L = 257$.	40
3.10	Desempenho do protótipo de Haas com $M = 64$ e $L = 257$.	42
3.11	Desempenho dos diferentes protótipos propostos.	43
4.1	Diagrama de blocos de um sistema com modulação multiportadora. (a) Transmissor simplificado. (b) Receptor simplificado. Adaptado de [5].	46
4.2	Diagrama de blocos simplificado sistema OFDM ou FBMC. Adaptado de [13].	47
4.3	Desempenho de um pulso retangular.	47
4.4	PSD do sinal OFDM em banda base pra $N = 4$. (a) PSD de cada sub-portadora. (b) PSD resultante do sinal OFDM. [28].	48
4.5	PSD do sinal OFDM em banda passante pra $N = 4$. (a) PSD de cada sub-portadora. (b) PSD resultante do sinal OFDM. [28].	49
4.6	Conjunto de Símbolos OFDM com extensão cíclica. Adaptado de [5].	51
4.7	Diagrama de Blocos (a) do Transmissor e (b) do Receptor de um CMT. Adaptado de [14].	52
4.8	Diagrama de Blocos (a) do Transmissor e (b) do Receptor de um SMT. Adaptado de [14].	53
4.9	Diagrama de Blocos (a) do Transmissor e (b) do Receptor de um FMT. Adaptado de [14].	54
4.10	Gráfico da PSD de todos os sistemas modulados.	56
4.11	Estimativa da Densidade Espectral de Potência do sinal Transmitido dos sistemas OFDM e FBMC com SRRC.	57
4.12	Estimativa da Densidade Espectral de Potência do sinal Transmitido dos sistemas FBMC com Martin e Farhang.	58
4.13	Curvas BER dos sistemas FBMC e OFDM.	59
I.1	Interface gráfica criada para realização das simulações.	68

LISTA DE TABELAS

1.1	Parâmetros do 5G comparativamente com os do 4G. Dados obtidos em [1]	3
2.1	Zeros fixos para cada tipo de filtro FIR considerando $z = e^{j\Omega}$	18
3.1	Coefficientes para o protótipo de Martin [21]	31
3.2	Parâmetros dos protótipos projetados	42
4.1	Valores dos parâmetros padronizados para as simulações.	55
4.2	Valores dos parâmetros para as simulações com protótipo de Farhang.	55
4.3	Potência fora da banda em relação ao sistema simulado.	56
I.1	Descrição dos Parâmetros de Entrada	69
I.2	Descrição dos gráficos	69
I.3	Descrição dos Parâmetros de Saída.	69

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

W_M	Representação de uma das M raízes de 1	
f	Frequência	[Hz]
L	Comprimento do Protótipo	
K	Fator de Sobreposição	
C	Fator escalar	
N	Número de sub-portadoras	
T	Tempo de símbolo de um conjunto de símbolos em paralelo	
T_s	Tempo de símbolo de um conjunto de símbolos em série	
R	Taxa de símbolos de um conjunto de símbolos em paralelo	
R_s	Taxa de símbolos de um conjunto de símbolos em série	
\mathcal{O}	Operador Ortogonalizador	
f_s	Frequência de Amostragem	

Símbolos Gregos

β	<i>Rolloff</i>	
Ω	Frequência Normalizada	[rad/amostra]
ω	Frequência	[rad/s]
λ	<i>Offset</i>	
ν	Deslocamento na frequência	
τ	Atraso	

Subscritos

D	Decimador
LP	Passa-baixa
HP	Passa-alta
K	Kernel
$srrc$	Raiz do Cosseno Levantado
R	Receptor
T	Transmissor

Sobrescritos

(m)	Componente de Modulação
(p)	Componente Polifásica

Siglas

AFB	<i>Analysis Filter Bank</i>
ANATEL	<i>Agência Nacional de Telecomunicações</i>
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BER	<i>Bit Error Rate</i>
WCDMA	<i>Wide-Band Code-Division Multiple Access</i>
CMT	<i>Cosine Modulated Multitone</i>
CQF	<i>Conjugate Quadrature Filters</i>
CR	<i>Cognitive Radio</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i>
FBMC	<i>Filter Banks Multicarrier</i>
FCC	<i>Federal Communications Commission</i>
FDM	<i>Frequency Division Multiplexing</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
FIR	<i>Finite Impulse Response</i>
FMT	<i>Filtered Multitone</i>
FOPS	<i>Filter Operations per Second</i>
FT	<i>Fourier Transform</i>
GFDM	<i>Generalized Frequency Division Multiplexing</i>
GSM	<i>Global System for Mobile Communications</i>
ICI	<i>Interchannel Interference</i>
IDFT	<i>Inverse Discrete Fourier Transform</i>
IFFT	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i>
IFT	<i>Inverse Fourier Transform</i>
IOTA	<i>Isotropic Orthogonal Transform Algorithm</i>
ISI	<i>Intersymbol Interference</i>
ITU	<i>International Telecommunication Union</i>
LPF	<i>Low Pass Filter</i>
LTE-Advanced	<i>Long Term Evolution Advanced</i>
MDFT	<i>Modified Discrete Fourier Transform</i>
MIMO	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>
OFDM	<i>Orthogonal Frequency-Division Multiplexing</i>
PAM	<i>Pulse Amplitude Modulation</i>
PAPR	<i>Peak-to-Average Power Ratio</i>
PHYDYAS	<i>Physical layer for dynamic spectrum access and cognitive radio</i>
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
QMF	<i>Quadrature Mirror Filters</i>
SBC	<i>Subband Coding</i>
SDR	<i>Software Defined Radio</i>
SFB	<i>Synthesis Filter Bank</i>

SMS	<i>Short Message Service</i>
SMT	<i>Staggered Multitone</i>
SRRC	<i>Square Root Raised Cosine</i>
TDMA	<i>Time Division Multiple Access</i>
TMUX	<i>transmultiplexer</i>
UMTS	<i>Universal Mobile Telecommunications System</i>
UP	Usuário Primário
US	Usuário Secundário

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contextualização

Durante as últimas três décadas, as redes de comunicação móveis têm evoluído rapidamente da Segunda Geração (2G) para a Quarta Geração (4G). Este desenvolvimento foi principalmente motivado pela necessidade da redução do atraso e de largura de banda, devido à crescente demanda [23]. Além disso, outros parâmetros foram levados em consideração ao se desenvolver uma nova tecnologia de rede móvel, como conectividade, eficiência energética e interferência entre canais.

A segunda geração é dominada pela tecnologia sistema global para comunicações móveis (*Global System for Mobile Communications* - GSM), que foi lançada em 1991 como o primeiro sistema digital de redes móveis a ser liberado comercialmente. O GSM se tornou popular devido a diversas vantagens como: serviços digitais de voz com alta qualidade e implementação de serviço de mensagens curtas (*Short Message Service* - SMS) [22]. Por ser um sistema digital, foi possível aplicar uma solução baseada no uso de múltiplo acesso por divisão no tempo (*Time Division Multiple Access* - TDMA), permitindo diferentes usuários a utilizarem uma mesma banda. No entanto, este sistema apresentava algumas limitações como: baixas taxas de transferência (média de 10 kbps) e baixa eficiência em serviços de transmissão de pacote, surgindo a necessidade de uma Terceira Geração, o 3G.

Para esta nova geração, os serviços, em sua maioria, são oferecidos por meio da tecnologia de sistema móvel universal de telecomunicações, do inglês *Universal Mobile Telecommunications System* - UMTS, capaz de suportar conexões multimídias e taxas de transmissão de até 2 Mbps [22]. Esta rede foi baseada no uso da tecnologia múltiplo acesso por divisão de código em sequência direta de banda larga (*Wide-Band Code-Division Multiple Access* - WCDMA), a qual aplica técnicas de espalhamento espectral [20].

Com o crescimento do números de usuários e da necessidade de uma rede mais rápida, outra geração de rede móvel é desenvolvida, a quarta geração (4G). Baseada no uso do sistema de evolução de longo prazo avançado, do inglês *Long Term Evolution Advanced* - LTE-Advanced, o 4G oferece uma rede com maior capacidade, latência reduzida (média de 10 ms) e tráfego de dados, de voz e de vídeos com taxa de transmissão de até 1 Gbps [23].

As altas taxas de transmissão do 4G são alcançáveis devido ao uso da forma de onda por multiplexação por divisão de frequências ortogonais (*Orthogonal Frequency-Division Multiplexing* - OFDM), a qual também é amplamente utilizada em outros padrões de comunicação sem fio, como televisão digital e redes locais sem fio. Esta forma de onda é popular nos sistemas de comunicação por gerar o sinal de transmissão com o uso de apenas um bloco de transformada inversa rápida de Fourier (*Inverse Fast Fourier Transform* - IFFT) e conseguir recuperar os dados transmitidos a partir do uso de um bloco de transformada rápida de Fourier (*Fast Transform Fourier* - FFT) [25].

Além disso, por ser um esquema de modulação multiportadora, o OFDM apresenta outras vantagens, como a largura de banda ser sub-dividida em um conjunto de sub-bandas estreitas, o que permite uma equalização trivial com apenas um coeficiente escalar, o uso de diferentes modulações para cada sub-portadora e o uso de canais com múltiplas entradas e múltiplas saídas, do inglês *Multiple-Input Multiple-Output* - MIMO, também conhecida como tecnologia com múltiplas antenas [13].

No entanto, a demanda por dados móveis continua crescendo, como mostrado na Figura 1.1, e o sistema de comunicação atual, composto pelos 2G, 3G e 4G, não consegue acompanhar. Isto gera a necessidade de desenvolvimento de uma nova arquitetura de rede e de tecnologia, a Quinta Geração de telefonia móvel, o 5G.

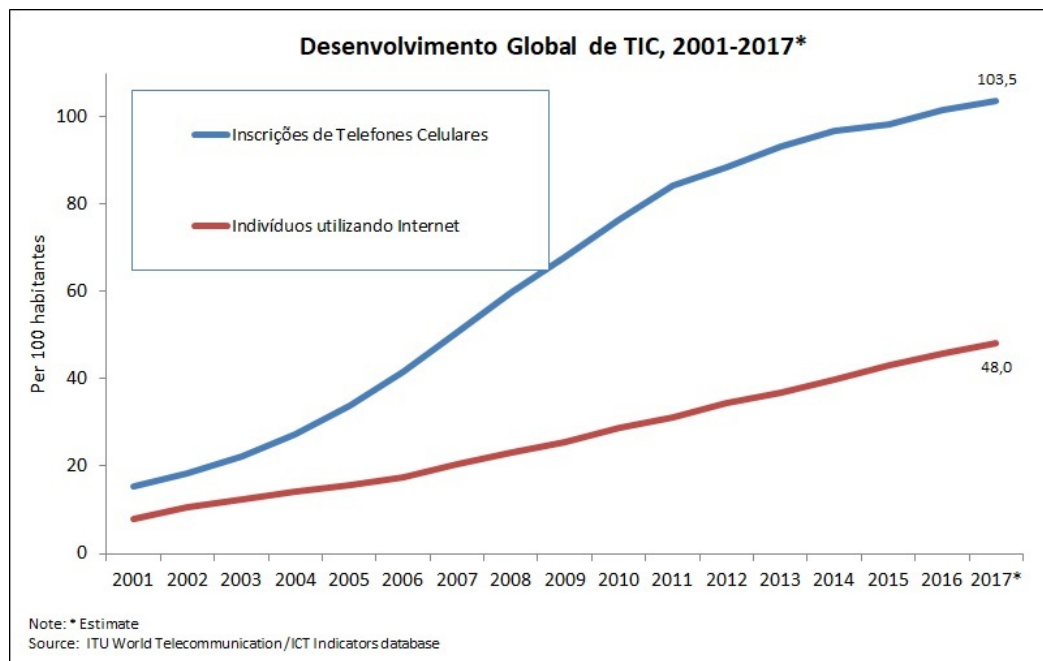


Figura 1.1: Estimativa do desenvolvimento da Tecnologia da Informação e Comunicação Global.

1.2 Motivação

O 3G e o 4G não conseguem suprir a crescente demanda de tráfego de dados. Assim, diferentes projetos a fim de desenvolver o 5G surgiram, como o projeto PHYDYAS (Camada física para

Tabela 1.1: Parâmetros do 5G comparativamente com os do 4G. Dados obtidos em [1]

Parâmetro	4G	5G
Taxa de Transmissão no <i>Downlink</i> [Gbps]	1	20
Taxa de Transmissão no <i>Uplink</i> [Gbps]	0,5	10
Latência [ms]	10	<1

acesso dinâmico ao espectro e rádio cognitivo, do inglês *Physical Layer For Dynamic Spectrum Access and Cognitive Radio*) [6]. É esperado que o 5G seja liberado comercialmente em 2020 [25], atendendo aos requisitos mostrados na Tabela 1.1, em relação aos parâmetros do 4G.

Ao analisar os valores da Tabela 1.1, nota-se que em geral é esperado um desempenho 10 vezes melhor que o 4G. Além deste desempenho, espera-se que o 5G tenha suporte para algumas tecnologias como: internet das coisas (*Internet of Things* - IoT), *uplink* de sistemas multi-portadora multi-usuário, MIMO massivo e rádio cognitivo [25].

1.2.1 Rádio Cognitivo

Rádio cognitivo é uma das tecnologias que pode ajudar o novo sistema 5G a superar o problema crescente de escassez do espectro [27]. De acordo com a atual política de regulação do espectro, uma rede de celular só pode operar em uma banda licenciada, a qual é fixa e limitada, dificultando a implementação de novas redes sem fio ou o aumento da capacidade das já existentes. É notável que, enquanto as bandas dedicadas às redes móveis estão sendo altamente utilizadas, outras bandas, como a mostrada na Figura 1.2, são menos utilizadas.

Nesta Figura, observa-se que o espectro não é utilizado a todos os momentos, assim, como em

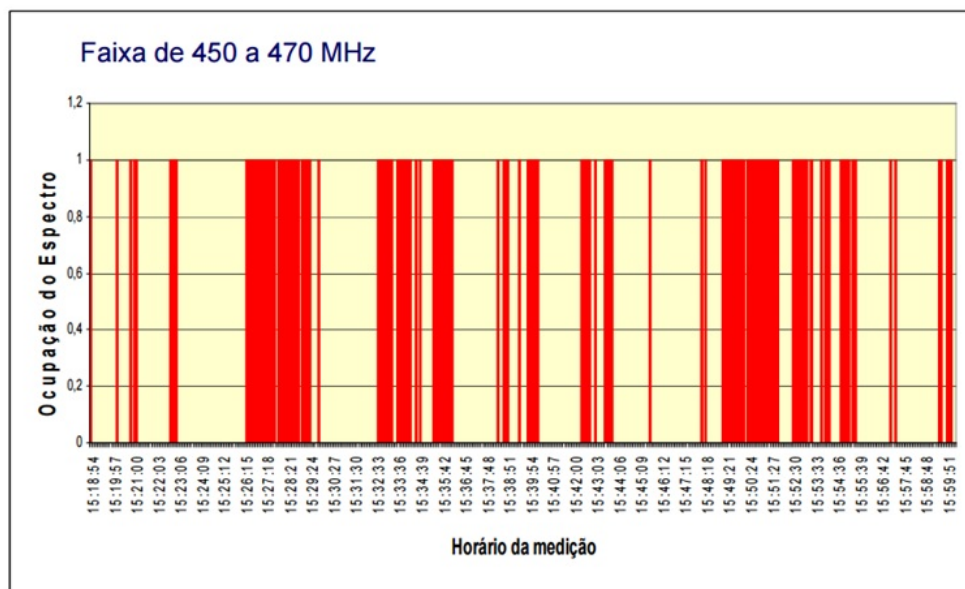


Figura 1.2: Medição da Ocupação do Espectro [24].

outras faixas de frequência licenciadas. Ou seja, apesar de uma faixa de frequência ser restrita a uma determinada operação, ela não é efetivamente utilizada todo tempo. Isto permite o uso oportunista destas faixas de frequência por outros usuários, chamado de acesso dinâmico ao espectro [10]. Para que este tipo de acesso seja possível, é necessário que o usuário seja capaz de verificar e analisar as condições espectrais, os quais são realizados por meio dos rádios cognitivos. Neste contexto, definem-se dois tipos de usuários: o primário (UP), usuário que possui a licença para operar em uma faixa de frequências, e o secundário (US), o usuário não licenciado que busca uma faixa de frequência ociosa para operar.

O rádio cognitivo é uma tecnologia baseada no uso da inteligência computacional aliada com os rádios definidos por *software* (*Software Defined Radio* - SDR). Enquanto que a inteligência computacional permite que o rádio consiga tomar decisões e aprender com experiências passadas, os SDRs permitem que diversas características de operação sejam modificadas sem a necessidade de modificação do hardware do rádio [10]. Ou seja, com o rádio cognitivo, usuários secundários são capazes de descobrir faixas de frequência ociosas e modificar suas configurações de forma a utilizar tal faixa de frequência, assim como também são capazes de detectar e/ou prever a tentativa de acesso do usuário primário ao espectro de forma a novamente modificar suas configurações para dar prioridade de operação ao usuário primário.

Para o funcionamento do rádio cognitivo, devem ser considerados alguns requisitos: sensoriamento espectral, escolha e gerenciamento do espectro, mobilidade do espectro, compartilhamento do espectro e máscara espectral. O sensoriamento espectral é a capacidade de detectar as faixas de frequência ociosas que podem ser utilizadas de forma oportunista. Escolha e gerenciamento do espectro estão relacionadas a capacidade de escolher o acesso ao espectro que melhor atende às necessidades do usuário. A mobilidade do espectro é a capacidade de modificar a banda de operação quando necessário. Compartilhamento do espectro é a necessidade de compartilhar as oportunidades de acesso oportunista com outros US. Por fim, tem-se a máscara espectral mostrada na Figura 1.3, a qual delimita a máxima densidade de potência que o sinal sem causar interferência em canais adjacentes.

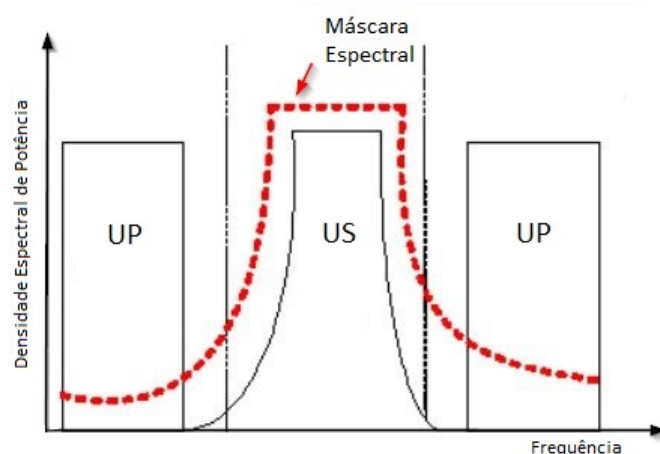


Figura 1.3: Máscara espectral aplicada ao US para coexistir com os UP. Adaptado de [19].

A máscara espectral varia de acordo com a operação realizada pelo UP e é determinada por uma agência reguladora, como a Agência Nacional de Telecomunicações, Anatel, no Brasil e a Comissão Federal de Comunicação (*Federal Communications Commission* - FCC) nos Estados Unidos. Em casos em que as máscaras não foram definidas, é possível utilizar as sugestões dadas pela união internacional de telecomunicação (*International Telecommunication Union* - ITU) descritas na referência [2].

1.2.2 Modulação

O esquema de modulação multi-portadora OFDM se tornou muito popular pela simples implementação e equalização. Mas, além disso, o OFDM permite uma transmissão de sinal livre de interferência inter-simbólica (*Intersymbol Interference* - ISI) e de interferência entre canais (*Inter-channel Interference* - ICI) ao se adicionar um prefixo cíclico.

No entanto, esta modulação é baseada no uso de um pulso retangular, o qual o segundo lóbulo está a apenas 13 dB abaixo do lóbulo principal. Assim, o sistema OFDM não consegue preencher o requisitos para aplicações em sistemas com rádio cognitivo, uma vez que estes sistemas requerem pouca energia na banda de rejeição a fim de evitar interferência em canais adjacentes.

Assim, surgiram propostas de formas de onda para suprir tal necessidade, tais como: multiplexação por divisão na frequência generalizada (*Generalized Frequency Division Multiplexing* - GFDM) e multiportadora baseada em banco de filtros (*Filter Banks Multicarrier* - FBMC), o qual é o objetivo deste trabalho.

Os sistemas FBMC foram originalmente desenvolvidos em 1960 por Chang, quem apresentou as condições necessárias para transmitir um conjunto de símbolos PAM (Modulação por Amplitude de Pulso) paralelos por meio de um banco de filtros. Em seguida, Saltzberg estendeu a ideia para transmissão de símbolos QAM (Modulação por Amplitude em Quadratura). No anos 90, outras técnicas envolvendo FBMC foram desenvolvidas, no entanto, esta forma de onda ainda não tem sido utilizada, devido principalmente à complexidade da estrutura dos equalizadores [13], [14].

No entanto, estudos têm mostrado que os sistemas FBMC são capazes de atingir uma eficiência espectral superior aos de sistemas OFDM e são bons candidatos para sistemas com rádio cognitivo. Isto é consequência do uso de filtros com lóbulos laterais arbitrariamente pequenos e de algumas técnicas FBMC permitirem dobrar a taxa de transmissão de símbolos em relação aos sistema OFDM [4], [14].

1.3 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo apresentar os fundamentos de sistemas multitaxa e esquemas de modulação multiportadora, para, em seguida, introduzir os sistemas OFDM e FBMC. Assim, são apresentadas as simulações realizadas e os resultados obtidos. Por meio destes resultados, será possível comparar ambos sistemas e verificar suas aplicações em sistemas com rádio cognitivo.

Como mostrado na Seção 1.2.1, para que o usuário secundário utilize uma frequência ociosa, não lhe é permitido causar interferência em usuários primários de canais adjacentes. Assim, os sistemas FBMC foram escolhidos para esta aplicação por apresentarem um desempenho diretamente relacionado ao protótipo de filtro escolhido, no quais alguns métodos de projeto de filtro permitem obter uma baixa potência fora de banda sem degradar o desempenho da taxa de erro de *bits* (*Bit Error Rate* - BER), por exemplo.

1.4 Apresentação do Manuscrito

O texto deste trabalho está dividido em cinco capítulos, dos quais o primeiro é esta Introdução. No Capítulo 2, primeiramente, é apresentada a teoria básica de sinais digitais, como representação polifásica e de modulação, para abordar como é realizada a conversão de taxa de um sistema multitaxa. E, em seguida, é apresentado a teoria de banco de filtros [16].

Já no Capítulo 3, novas técnicas de projeto de filtro são abordadas para aplicação em sistemas FBMC, dois deles são o projeto de Martin e o de Farhang. Destes filtros, é possível obter parâmetros como: decaimento do lóbulo secundário em relação ao principal e potência fora de banda, com o propósito de compará-los.

O Capítulo 4 introduz a teoria de sistemas multiportadora, em específico: sistemas OFDM e FBMC, a fim de comparar seus desempenhos, utilizando parâmetros como potência fora de banda e BER. Desta forma, é possível verificar a aplicação destas modulações em sistemas com rádio cognitivo.

Finalmente, o Capítulo 5 apresenta a conclusão do trabalho e algumas propostas de continuidade. No Anexo I, é mostrada a interface utilizada para realização das simulações.

Capítulo 2

Sistemas Multitaxa

2.1 Introdução

Os sistemas FBMC são baseados no uso de banco de filtros e seus desempenhos dependem da escolha dos protótipos de filtros que os compõe. Estes componentes fazem parte do chamado processamento multitaxa de sinais digitais. Um sistema multitaxa pode aumentar ou diminuir o espaçamento entre as amostras de um sinal digital e, por consequência, alterar a sua taxa de amostragem antes ou durante seu processamento. Assim, é possível ter vários sinais com diferentes taxas de amostragens sendo processados simultaneamente em um mesmo sistema.

Para entender os sistemas multitaxa, deve-se compreender como a taxa de amostragem é modificada e seu efeito no espectro do sinal. Assim, este capítulo será apresentada a base da conversão de taxa para, em seguida, apresentar a teoria por trás de filtros digitais e de bancos de filtros. Para mais detalhes, [16] pode ser consultado.

2.2 Sinal de Tempo Discreto

Antes de apresentar a teoria dos conversores de taxa de amostragem e de sistemas multitaxa, é necessário compreender as diferentes formas de se representar um sinal discreto. Dois tipos de representação serão apresentados, são eles: representação polifásica e representação de modulação. Para facilitar a compreensão, define-se o seguinte número complexo:

$$W_M = \exp\left(\frac{-j2\pi}{M}\right) = \sqrt[M]{1}, \quad (2.1)$$

que representa uma das M raízes de 1 ($W_M^M = 1$).

A amostragem discreta é o processo de se amostrar um sinal discreto. Assim, se um sinal discreto $x(n)$ é amostrado a uma taxa M (um número inteiro), todo M -ésimo valor de $x(n)$ é mantido e os outros valores são configurados em zero.

Matematicamente, o sinal amostrado pode ser obtido ao se multiplicar o sinal discreto pela

função de amostragem:

$$w_M(n) = \frac{1}{M} \sum_{v=0}^{M-1} W_M^{vn} = \begin{cases} 1, & \text{se } n = mM, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.2)$$

Assim, o sinal amostrado pode ser escrito como:

$$y(n) = x(n)w_M(n). \quad (2.3)$$

Na Figura 2.1, tem-se um exemplo para $M = 4$.

A amostragem discreta pode ser realizada com ou sem um *offset* de fase λ , neste caso, os valores mantidos de $x(n)$ são os quais $n = mM + \lambda$. A função de amostragem passa a ser escrita como:

$$w_M(n - \lambda) = \frac{1}{M} \sum_{v=0}^{M-1} W_M^{v(n-\lambda)} = \begin{cases} 1, & \text{se } n = mM + \lambda, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.4)$$

A partir da amostragem discreta com *offset* de fase, é possível escrever o sinal $x(n)$ em função de M diferentes sinais discretos, assim,

$$x(n) = \sum_{\lambda=0}^{M-1} x_{\lambda}^{(p)}(n) = \sum_{\lambda=0}^{M-1} x(n)w_M^{(n-\lambda)}, \quad (2.5)$$

em que cada $x_{\lambda}^{(p)}$ é chamada de componente polifásicas de $x(n)$ (exemplificadas na Figura 2.2) e o somatório da Equação (2.5) é a chamada representação polifásica de $x(n)$ no domínio do tempo.

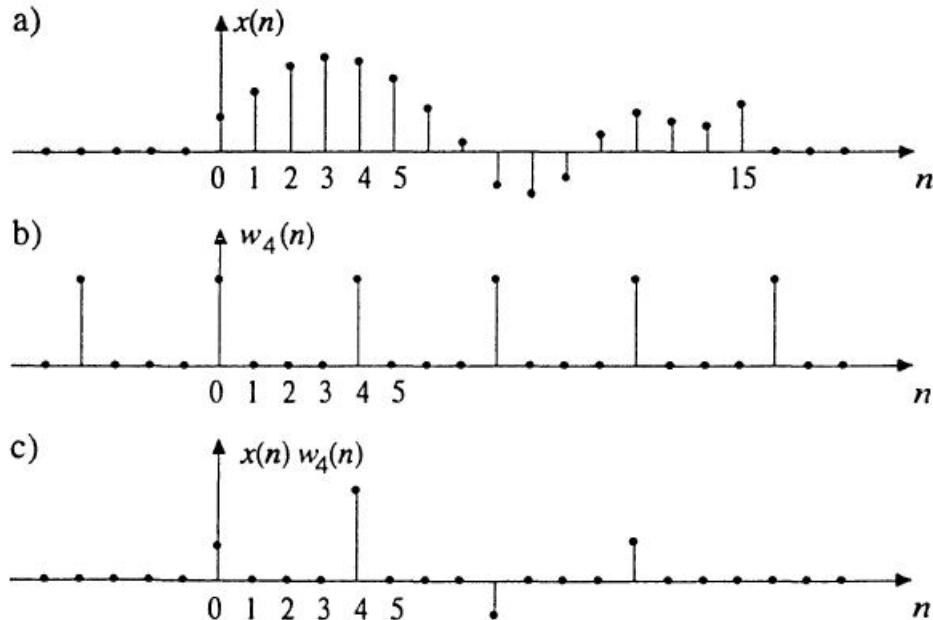


Figura 2.1: Amostragem de um sinal discreto considerando $M = 4$. (a) Sinal do sinal antes da amostragem. (b) Função de amostragem. (c) Sinal após a amostragem [16].

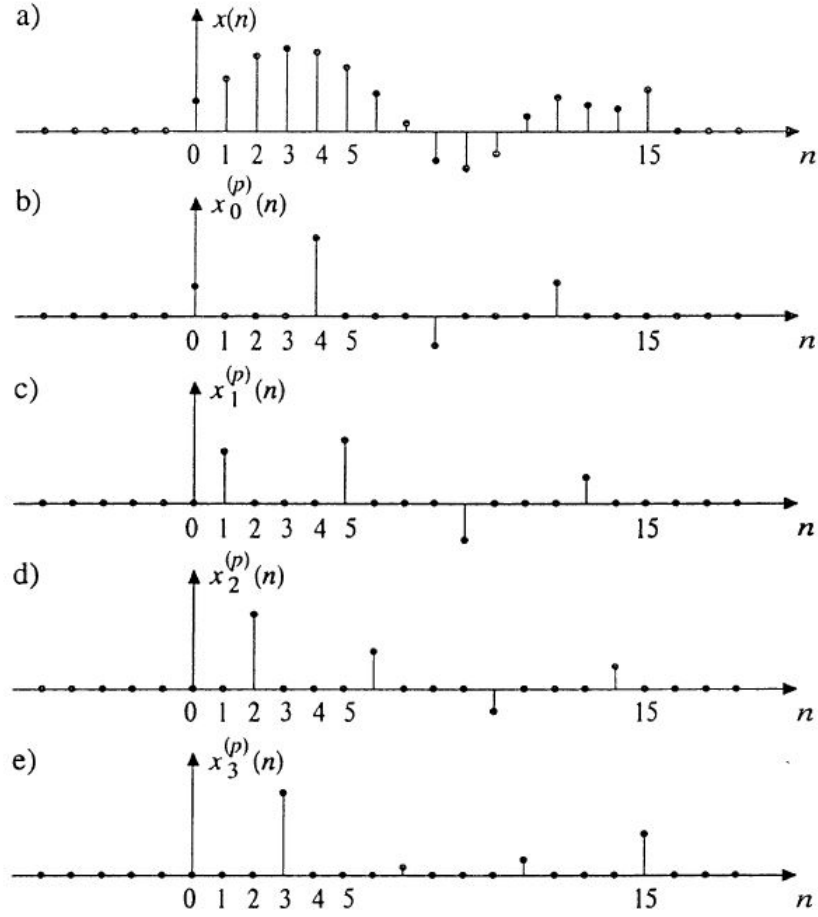


Figura 2.2: Representação polifásica de $x(n)$. (a) Sinal discreto $x(n)$. Componente polifásica de $x(n)$ com (b) $\lambda = 0$ (c) $\lambda = 1$ (d) $\lambda = 2$ (e) $\lambda = 3$ para $M = 4$ [16].

Ao considerar a transformada Z de $x(n)$:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}, \quad (2.6)$$

que pode ser reescrita como:

$$X(z) = \sum_{\lambda=0}^{M-1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(mM + \lambda)z^{-(mM+\lambda)} = \sum_{\lambda=0}^{M-1} z^{-\lambda} X_{\lambda}^{(p)}(z^M), \quad (2.7)$$

tem-se a representação polifásica da transformada Z de $X(z)$. Todas as componentes polifásicas da transformada Z podem ser escritas juntas na forma de um vetor coluna:

$$\mathbf{x}^{(p)} = \begin{bmatrix} X_0^{(p)}(z) & z^{-1}X_1^{(p)}(z) & z^{-2}X_2^{(p)}(z) & \dots & z^{-(M-1)}X_{M-1}^{(p)}(z) \end{bmatrix}^T, \quad (2.8)$$

em que T representa a transposta.

Ao multiplicar a variável independente z por W_M^k , realiza-se a modulação de $X(z)$ e obtém-se a transformada Z modulada:

$$X_k^{(m)}(z) = X(zW_M^k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, M-1, \quad (2.9)$$

na qual, ao se considerar a substituição $z = e^{j\Omega}$, é equivalente a um deslocamento de $\frac{2\pi k}{M}$ em relação à frequência normalizada Ω :

$$X_k^{(m)}(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega} \cdot e^{-\frac{j2\pi k}{M}}) = X(e^{j[\Omega - \frac{2\pi k}{M}]}) \quad (2.10)$$

Finalmente, a representação de modulação da transformada Z é composta por todas as transformadas moduladas, ou seja, $X_k^{(m)}$ para todos valores possíveis de $k = 0, 1, 2, \dots, M - 1$, que podem ser vistas na Figura 2.3. Este conjunto pode ser representado na forma de um um vetor coluna:

$$\mathbf{x}^{(m)}(z) = \begin{bmatrix} X_0^{(m)}(z) & X_1^{(m)}(z) & X_2^{(m)}(z) & \dots & X_{M-1}^{(m)}(z) \end{bmatrix}^T. \quad (2.11)$$

Além disso, as componentes polifásicas podem ser relacionadas às componentes de modulação pela seguinte relação:

$$z^{-\lambda} X_\lambda^{(p)}(z^M) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X_k^{(m)}(z) \cdot W_M^{\lambda k} \quad (2.12)$$

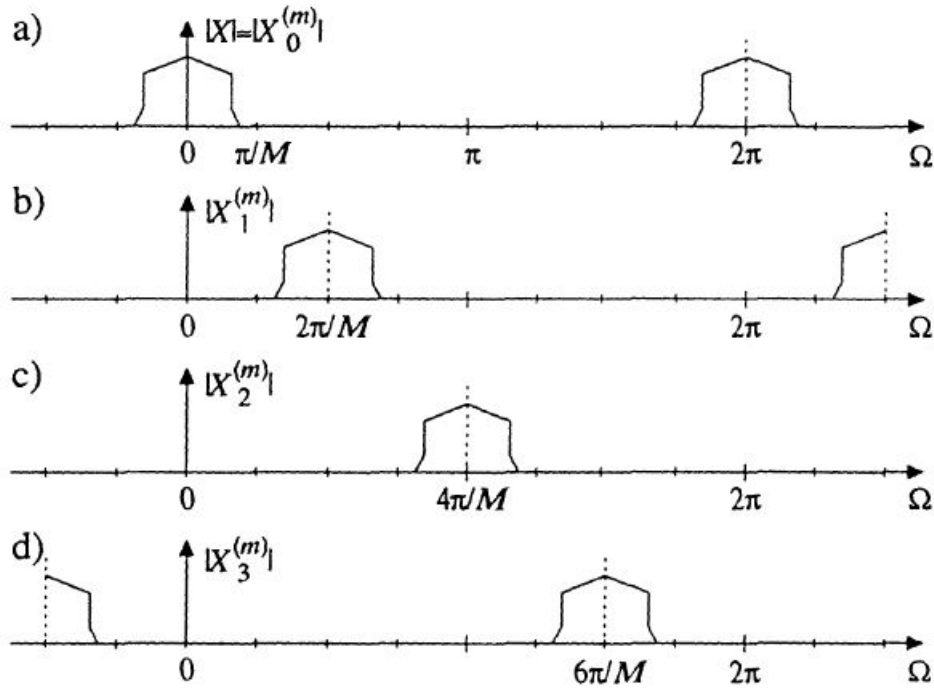


Figura 2.3: Representação de modulação de $X(e^{j\Omega})$ com (a) $\lambda = 0$ (b) $\lambda = 1$ (c) $\lambda = 2$ (d) $\lambda = 3$ para $M = 4$ [16].

2.3 Redução da Taxa de Amostragem

A redução da taxa de amostragem é útil no casos em que a taxa é consideravelmente maior que duas vezes a largura de banda do sinal. Desta forma, diminui-se a complexidade computacional,

uma vez que se diminui o número de operações necessárias para processar tal sinal, sem perder informação. Este procedimento é chamado de decimação da taxa de amostragem ou simplesmente decimação e consiste em duas etapas: subamostragem e filtro anti-*aliasing* (Figura 2.4).

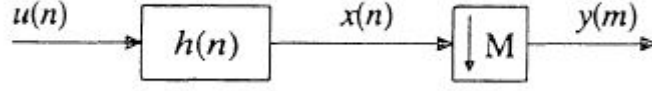


Figura 2.4: Decimação consiste em Filtro Anti-*Aliasing* e em Subamostrador [16].

2.3.1 Subamostragem

A subamostragem de um sinal $x(n)$ por um fator M consiste em pegar apenas os M -ésimos valores do sinal, assim,

$$y(m) = x(Mm). \quad (2.13)$$

Considerando a transformada Z, a variável z pode ser escrita em função do espaçamento entre as amostras, T , obtendo:

$$z = e^{sT} \quad (2.14)$$

em que s é a variável independente da Transformada de Laplace. No sinal subamostrado, $y(m)$, o espaçamento entre as amostras passa a ser:

$$T' = MT, \quad (2.15)$$

a partir do qual se define uma nova variável:

$$z' = e^{sT'} = e^{sTM} = z^M. \quad (2.16)$$

O mesmo raciocínio pode ser aplicado à frequência normalizada, que, ao se definir $s = j\omega$, obtém-se:

$$e^{jM\Omega} = e^{jM\omega T} = e^{j\omega T'} = e^{j\Omega'}, \quad (2.17)$$

em que $\Omega' = M\Omega$ é a frequência normalizada em relação ao intervalo amostragem T' .

Assim, considerando as Equações (2.13) e (2.16), obtém-se que a transformada Z do sinal subamostrado $y(m)$ é:

$$\begin{aligned} Y(z') &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} y(m) \cdot (z^M)^{-m} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(mM) \cdot (z)^{-mM} \\ &= X_0^{(p)}(z^M) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{(M-1)} X(zW_M^k), \end{aligned} \quad (2.18)$$

escrito a partir das componentes das representações polifásicas e de modulação de $x(n)$. Na Figura 2.5, é possível observar o efeito do subamostrador no espectro do sinal.

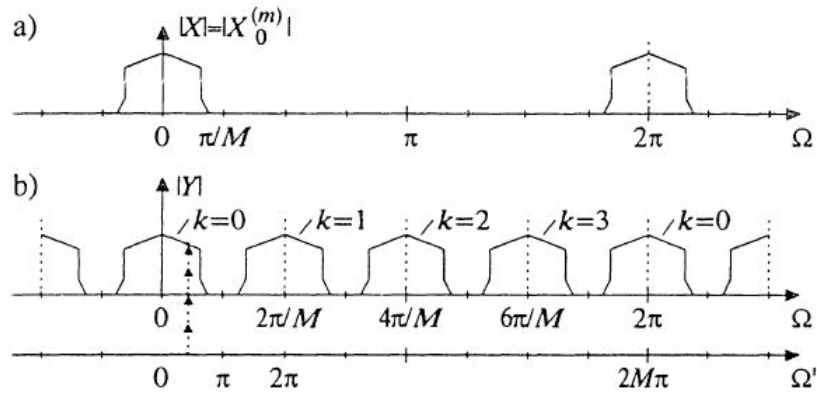


Figura 2.5: Efeito da subamostragem no espectro do sinal. (a) Espectro sinal $x(n)$. (b) Espectro do sinal subamostrado $y(m)$ [16].

2.3.2 Filtro Anti-*Aliasing*

O filtro anti-*Aliasing* é necessário para limitar o espectro do sinal original a uma banda igual ou menor a $\Omega = \pi/M$, de forma que não ocorra sobreposição dos espectros (*aliasing*), uma vez que tal fenômeno é irreversível. Assim, deve-se utilizar um filtro passa-baixa na entrada do decimador. Desta forma, a saída do decimador (filtro anti-*aliasing* seguindo de um subamostrador) será dada por:

$$y(m) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u(k)h(mM - k), \quad (2.19)$$

em que $u(n)$ é a resposta ao impulso do sinal de entrada, sendo $U(z)$ a sua resposta em frequência, e $h(n)$ é a resposta ao impulso do filtro anti-aliasing, sendo $H(z)$ sua resposta em frequência, conforme a Figura 2.4. Considerando a transformada Z, tem-se:

$$Y(z^M) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} H(zW_M^k)U(zW_M^k) \quad (2.20)$$

2.4 Aumento da Taxa de Amostragem

O aumento da taxa de amostragem é necessário em casos em que vários sinais de banda estreita serão combinados a fim de forma um sinal de banda larga ou em que se deseja aumentar a resolução de um sinal, por exemplo. Este processo de aumento da taxa de amostragem é chamado de interpolação.

A interpolação é o processo dual ao de decimação, assim, também é realizada em dois estágios: a sobreamostragem e o filtro anti-imagem, um diagrama de blocos está ilustrado na Figura 2.6.

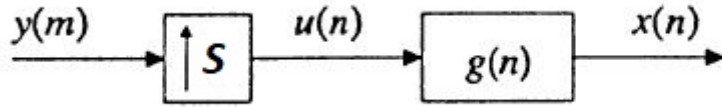


Figura 2.6: Interpolação consiste em sobreamostrador seguido de um filtro anti-imagem[16].

2.4.1 Sobreamostragem

A sobreamostragem consiste em aumentar a taxa de amostragem de um sinal $y(m)$ por um fator S , ao se adicionar $S - 1$ zeros entre cada amostra de $y(m)$. Isto resulta em um sinal:

$$u(n) = \begin{cases} y(n/S), & \text{se } n = mS \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.21)$$

Considerando a transformada Z, a partir da Equação (2.18), é possível deduzir que:

$$U(z) = Y(z^S). \quad (2.22)$$

Para a frequência normalizada, é possível notar que:

$$\Omega = S\Omega' = \Omega' \quad (2.23)$$

Assim, da Equação (2.22), tem-se que o espectro não é alterado, no entanto, a partir da Equação (2.23), tem-se que o eixo da frequência é alterado por um fator S . Este fenômeno pode ser observado na Figura 2.7.

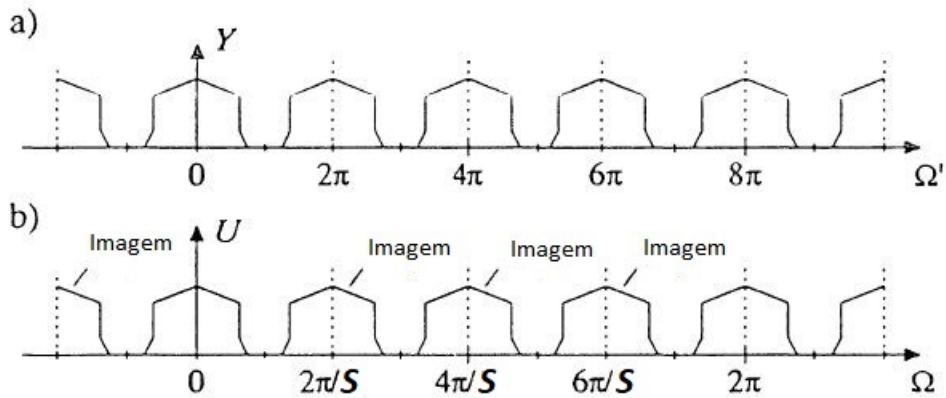


Figura 2.7: Efeito da sobreamostragem no Espectro. (a) Espectro do sinal $y(m)$. (b) Espectro do sinal sobreamostrado $u(n)$. Adaptado de [16].

2.4.2 Filtro Anti-imagem

Adicionar zeros entre as amostras de um sinal não é o suficiente para aumentar a taxa de amostragem, é necessário interpolar valores diferente de zero entre as amostras originais. Por este motivo, os filtros anti-imagem são necessários.

Na Figura 2.7, é possível notar que o espectro se repete a cada $2\pi/S$, enquanto que um sinal em taxa de amostragem de $\Omega = 2\pi$, repetiria-se a cada 2π . Assim, os $S - 1$ espectros são espectros imagem, consequência do espelhamento da sobreamostragem.

Para obter o sinal interpolado, é necessário remover os espectros imagem. Tal procedimento pode ser realizado por um filtro passa-baixa com frequência de corte de $\Omega = \pi/S$ e taxa de amostragem $\Omega = 2\pi$ chamado de filtro anti-imagem. Desta forma, obtém-se o espectro do sinal mostrado na Figura 2.8

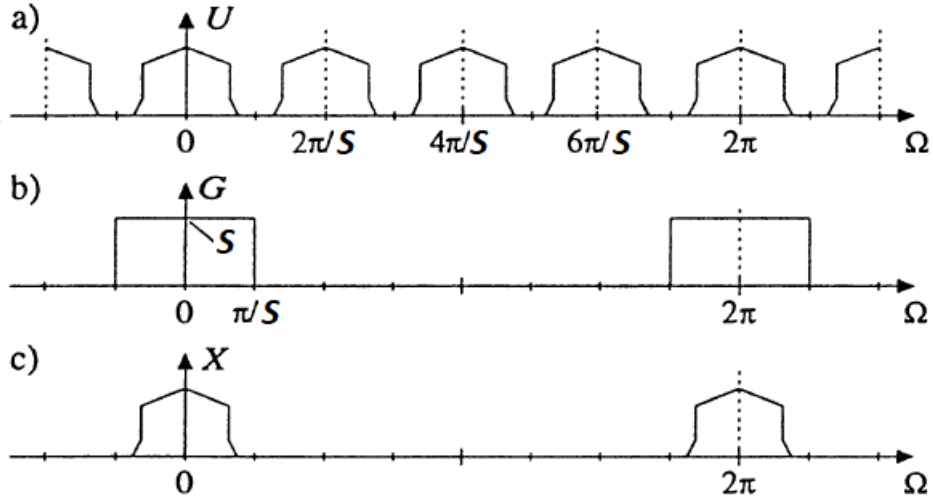


Figura 2.8: Filtragem do sinal sobreamostrado com um filtro passa-baixa. (a) Espectro do sinal sobreamostrado $u(n)$. (b) Espectro do filtro anti-imagem. (c) Espectro do sinal de $u(n)$ após a filtragem [16].

2.5 Sistemas Multitaxa

Um sistema multitaxa simples pode ser obtido com o uso de um único decimador, seguido por um interpolador, mostrado na Figura 2.9. Em tal sistema, um sinal tem sua taxa de amostragem reduzida por um fator M (é escolhido de forma que não ocorra *aliasing*), passa por filtro Kernel ($H_K(z)$), que é o filtro pelo qual se deseja filtrar o sinal, e finalmente o sinal passa pelo interpolador, voltando à taxa de amostragem original (f_0). Assim, o sinal é processado na menor taxa de amostragem possível ($f_{0,1}$), reduzindo a complexidade computacional.

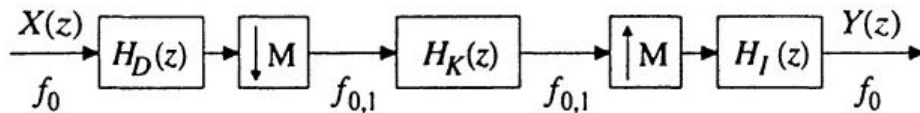


Figura 2.9: Diagrama de blocos de um sistema multitaxa formado por um decimador, filtro Kernel e interpolador, respectivamente [16].

A complexidade computacional pode ser medida em unidades de operações de filtros por segundo (*Filter Operations per Second* - FOPS) e é calculada utilizando a seguinte equação:

$$C = f_s L \text{ [FOPS]}, \quad (2.24)$$

em que f_s é a frequência de amostragem que o sinal está sendo processado e L é o número de coeficientes do filtro a ser analisado. Assim, a complexidade total de um sistema seria igual a soma da complexidade de cada etapa do sistema.

É possível reduzir ainda mais a complexidade computacional ao se adicionar mais decimadores e interpoladores em cascata, como na Figura 2.10. No entanto, o *overhead* (como o atraso, por exemplo) cresce proporcionalmente ao aumento da estrutura do sistema, assim, é possível chegar em um estrutura em que o *overhead* introduzido não compensa a diminuição da complexidade.

As estruturas das Figura 2.9 e 2.10 podem ser utilizadas para processar sinais de banda base ou de banda passante. A diferença de cada processamento se encontra no filtro do primeiro decimador e no do último interpolador, nos quais devem ser equivalentes ao tipo de sinal. Ou seja, se o sinal é banda passante, estes filtros devem ser do tipo passa-faixa, por exemplo. Deve-se notar que o filtro Kernel é do tipo passa-baixa, independentemente do sinal de entrada.

A cascata diádica é um caso especial de filtros multitaxa, em que se utiliza apenas decimadores e interpoladores de fator 2. Assim, na Figura 2.10, teria-se $M_1 = M_2 = 2$, por exemplo. Além disso, ainda é possível utilizar estágios complementares, que são implementados ao se adicionar um elemento de atraso entre a entrada e a saída, como mostrado na Figura 2.11. O efeito no espectro ao se considerar o complementar é mostrado na Figura 2.12, em que é possível observar que um filtro passa-alta (H_{HP}) passa a se comportar como um filtro passa-baixa (H_{LP}). O contrário seria observado para um filtro passa-baixa.

Ao se colocar em cascata estágios multitaxa, é possível realizar filtros passa-baixa ou passa-

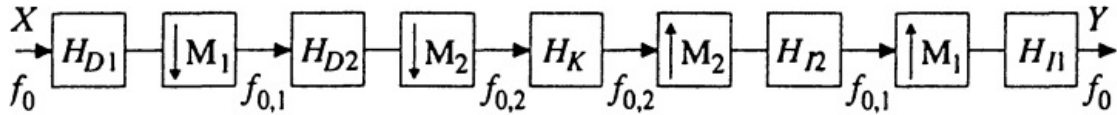


Figura 2.10: Diagrama de blocos de um filtro multitaxa de dois estágios [16].

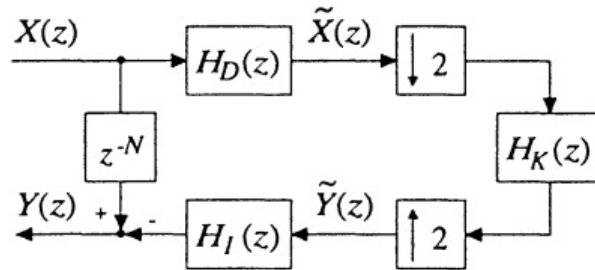


Figura 2.11: Diagrama de blocos de um filtro multitaxa com estágio complementar [16].

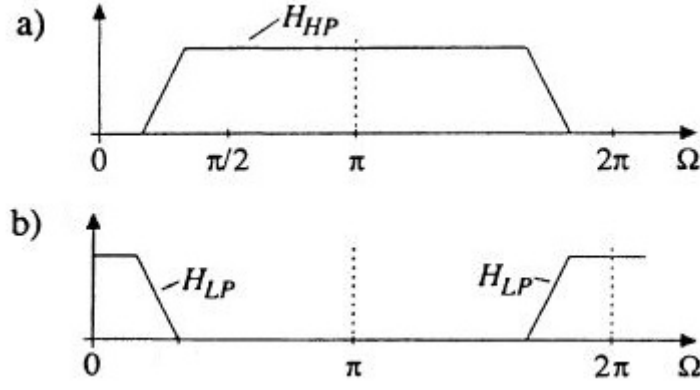


Figura 2.12: Resposta na frequência (a) de um esquema multitaxa passa-alta (b) de um esquema multitaxa passa-alta ao se considerar o complemento [16].

alta com bandas de transições arbitrariamente pequenas, como mostrado na Figura 2.13. Em cada estágio, deve-se definir se o complemento deve ser tomado (pesos 1 e -1) ou não (pesos 0 e $+1$) e se os filtros dos decimadores e dos interpoladores devem ser passa-baixa ou passa-alta, para mais detalhes [16].

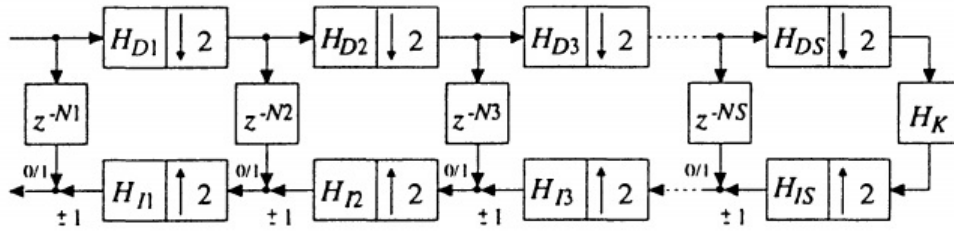


Figura 2.13: Diagrama de blocos de um filtro multitaxa generalizado [16].

2.6 Filtros FIR

Para projetar sistemas multitaxa e banco de filtros, geralmente filtros de resposta ao impulso finita (*Finite Impulse Response* - FIR) são utilizados. A resposta ao impulso finita de um filtro pode ser escrita da seguinte forma:

$$h(n) = \sum_{i=0}^{L-1} h_i \delta(n - i), \quad (2.25)$$

no qual h_i são os coeficientes ($i = 0, 1, 2, \dots, L - 1$), L é o comprimento do filtro e δ é o impulso unitário discreto. Na Figura 2.14, tem-se um exemplo de filtro FIR causal, ou seja, filtro com resposta finita apenas para valores de $n \in \mathbb{N}$.

A função de transferência do filtro pode ser diretamente obtida pela transformada Z da resposta ao impulso $h(n)$:

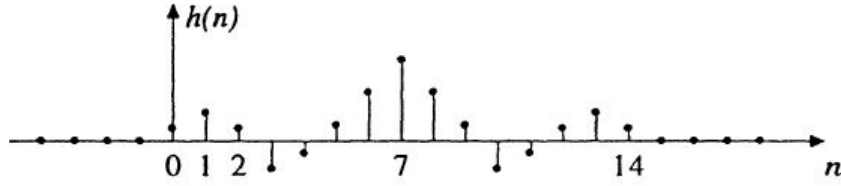


Figura 2.14: Exemplo da resposta ao impulso de um filtro FIR [16].

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)z^{-n} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n}. \quad (2.26)$$

Em sistemas de processamento de sinais, o ideal seria o uso de um filtro que tivesse uma magnitude de resposta em frequência constante e uma fase igual a zero, no entanto, como não é possível projetar filtros causais com fase zero, é aceitável o uso de filtros com fase linear. Existem quatro tipos de filtros FIR com fase linear, nos quais são classificados de acordo com o número de coeficientes e com a simetria [11] e são mostrados na Figura 2.15. Esta classificação é importante, uma vez que determina as limitações de cada filtro. Os tipos são:

- Tipo I: número ímpar de coeficientes e simetria par em relação ao coeficiente central. Não possui restrições.
- Tipo II: número par e simetria par. Não pode ser um filtro do tipo passa-alta.
- Tipo III: número ímpar e simetria ímpar. Só pode gerar filtros passa-faixa.
- Tipo IV: número par e simetria ímpar. Não pode gerar filtros passa-baixa.

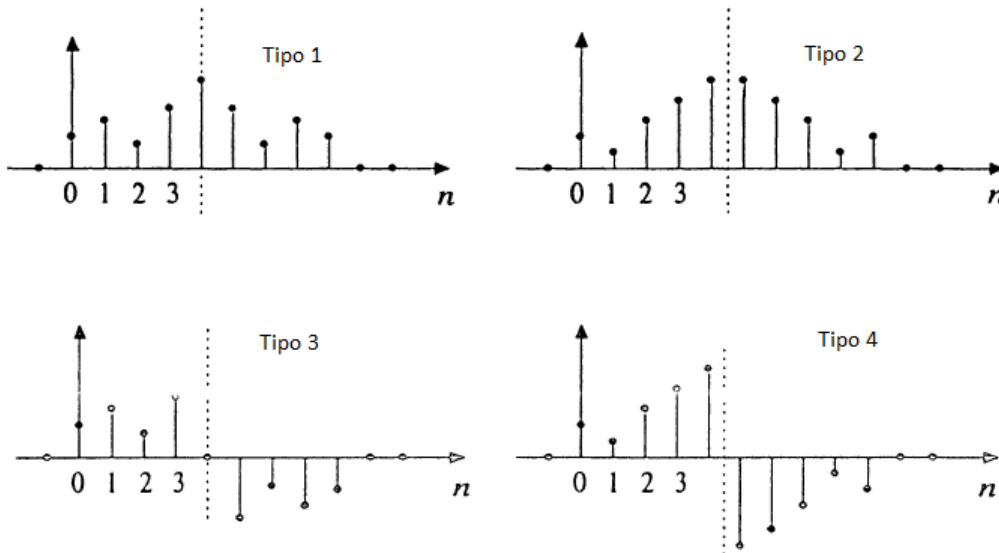


Figura 2.15: Exemplificação dos tipos de filtros FIR. Adaptado de [16].

As restrições são consequência da localização dos zeros da Equação (2.26) para cada tipo de filtro. Independente dos coeficientes escolhidos, alguns zeros são fixos para cada tipo de filtros e estão mostrados na Tabela 2.1.

Os filtros FIR do tipo I são os mais utilizados, uma vez que não apresentam nenhum tipo de restrição. Este tipo de filtro pode ser utilizado para obter um filtro de M -ésima banda, no qual a resposta equivale a M -ésima parte do espectro. Na Figura 2.16, tem-se um exemplo para $M = 2$, também é chamado de filtro de meia-banda.

Existem diversas maneiras de se projetar um filtro, a mais simples é por aproximação, no qual, dada uma resposta em frequência desejada, obtêm-se um filtro com resposta aproxima. No entanto, uma consequência deste método é o fenômeno de Gibbs, que resulta em uma oscilação (*ripple*) nas bandas de passagem e de rejeição [16].

Uma tentativa de minimizar o fenômeno de Gibbs é por meio do uso de funções janelas, no qual se multiplica a resposta em frequência do filtro desejado de forma a obter um melhor comportamento na banda de transição. As funções janelas mais utilizadas são: retangular, Han, Hamming e Blackman.

Como alternativa ao método de aproximação, existem diversos algoritmos que buscam otimizar a resposta ao impulso e a resposta em frequência de um filtro. Esses métodos incluem: filtro maximamente regular, quadrados mínimos ponderados, Chebyshev (mais detalhes em [11]).

Tabela 2.1: Zeros fixos para cada tipo de filtro FIR considerando $z = e^{j\Omega}$.

Tipo	Zeros Fixos
I	Não possui
II	$\Omega = \pi$
III	$\Omega = 0$ e π
IV	$\Omega = 0$

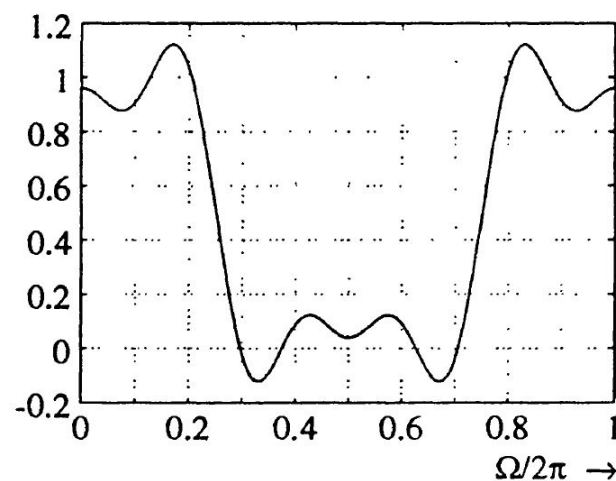


Figura 2.16: Resposta na frequência de um filtro de meia-banda. [16].

2.7 Banco de Filtros

Sistemas FBMC são baseado no uso de banco de filtros. Assim, é fundamental apresentar a teoria de tal estrutura para, em seguida, focar nos sistemas FBMC. Um banco de filtros decompõe o espectro de um sinal em um número de sub-bandas adjacentes ou recombina-os com o uso de filtros. A decomposição é realizada por um banco de filtros de análise, do inglês *Analysis Filter Bank* - AFB, e a recombinação, por um de síntese, do inglês *Synthesis Filter Bank* - SFB.

Um banco de filtros de codificação de sub-banda (*Subband Coding* - SBC) consiste em um banco de filtros de análise seguido de um de síntese. Caso o banco de filtros de síntese seja seguido de um de análise, então, um banco de filtros transmultiplexador (TMUX) é obtido.

O banco mais simples decompõe o sinal em apenas duas sub-bandas, chamado de banco de filtros com 2 canais, que será visto a seguir. Assim, será possível generalizar para banco de filtros com M canais uniformes (mais detalhes podem ser obtidos em [16]).

2.7.1 Banco de Filtros com 2 Canais

Como mencionando anteriormente, um banco de filtros com dois canais pode ser tanto de análise, mostrado na Figura 2.17 (a), quanto de síntese, Figura 2.17 (b). O primeiro decompõe o sinal em uma componente de baixa frequência e uma de alta frequência com o uso de um filtro passa-baixa $H_0(z)$ e um passa-alta $H_1(z)$, respectivamente. Assim, utilizando a Equação (2.19), as saídas são dadas por:

$$\begin{bmatrix} X_0(z) \\ X_1(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} H_0(z^{1/2}) & H_0(-z^{1/2}) \\ H_1(z^{1/2}) & H_1(-z^{1/2}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X(z^{1/2}) \\ X(-z^{1/2}) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Já para o segundo, também são utilizados um filtro passa-baixa $G_0(z)$ e um passa-alta $G_1(z)$, nos quais são necessários para eliminar os espectros imagem dos sinais de entrada e possuem as características fundamentais dos filtros do banco de análise. Assim, a saída é igual a:

$$X(z) = \begin{bmatrix} G_0(z) & G_1(z) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_0(z^2) \\ X_1(z^2) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

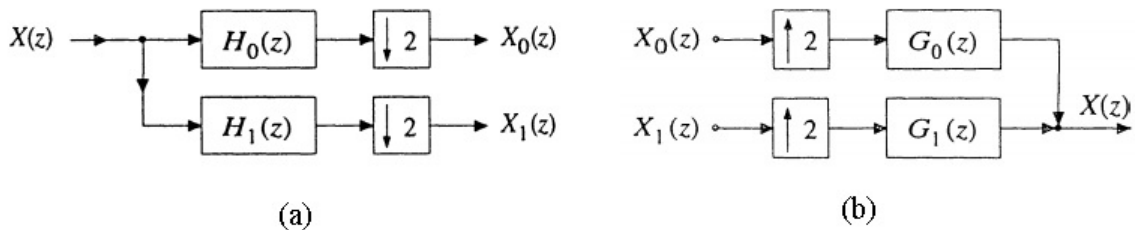


Figura 2.17: Diagrama de Blocos de um Banco de Filtros (a) de Análise e (b) de Síntese com 2 canais [16].

Ao colocar o banco de análise seguido do de síntese, obtém-se um banco de filtros SBC, no qual os filtros são projetados de forma que a saída reconstruída pelo banco de síntese, $\tilde{X}(x)$, seja a mais próxima possível da entrada do SBC, $X(z)$. A saída é obtida a partir de:

$$\tilde{X}(z) = \begin{bmatrix} G_0(z) & G_1(z) \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \begin{bmatrix} H_0(z) & H_0(-z) \\ H_1(z) & H_1(-z) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X(z) \\ X(-z) \end{bmatrix} = F_0(z)X(z) + F_1(z)X(-z) \quad (2.29)$$

no qual a função $F_0(z)$ determina a função de característica do banco de filtros e $F_1(z)$ determina o *aliasing*. Para uma reconstrução perfeita (transmissão sem distorção), o primeiro deve ser um elemento de atraso e o segundo, igual a zero.

A primeira sugestão para a escolha dos filtros do sistema SBC é chamada de filtros espelhados em quadratura (*Quadrature Mirror Filters* - QMF), no qual é possível obter todos os filtros utilizando apenas um protótipo passa-baixa adequado, $H(z)$. Assim, os filtros seriam dados por:

$$\begin{aligned} H_0(z) &= H(z) \\ H_1(z) &= H(-z) \\ G_0(z) &= 2H(z) \\ G_1(z) &= -2H(-z) \end{aligned} \quad (2.30)$$

No entanto, ao se utilizar filtros FIR com fase linear, não é possível atender à condição dada por $F_0(z)$, no qual também implica na complementaridade da potência, ou seja,

$$|H(e^{j\Omega})|^2 + |H(e^{j(\Omega-\pi)})|^2 = 1 \quad (2.31)$$

para todo o conjunto de frequência. Assim, é possível utilizar técnicas de otimização, de forma a projetar o protótipo $H(z)$ de forma a atender aproximadamente à potência complementar [16].

Outra sugestão para o protótipo de banco de filtros SBC é chamada de filtros conjugados em quadratura (*Conjugate Quadrature Filters* - CQF). Com esta técnica, os filtros também seriam obtidos a partir de um protótipo $H(z)$, que possui apenas coeficientes reais, e seriam iguais a:

$$\begin{aligned} H_0(z) &= H(z) \\ H_1(z) &= z^{-(L-1)} H(-z^{-1}) \\ G_0(z) &= 2z^{-(L-1)} H(z^{-1}) \\ G_1(z) &= 2H(-z) \end{aligned} \quad (2.32)$$

no qual L é o número de coeficientes do protótipo. Para que esta técnica resulte em uma reconstrução perfeita, o protótipo $H(z)$ deve atender a condição de potência complementar dada pela Equação (2.31), no qual só é possível caso $T(z)$, sendo também um filtro de meia-banda, possa ser escrito como:

$$T(z) = H(z) \cdot H(z^{-1}). \quad (2.33)$$

Como dual do SBC, tem-se o TMUX ilustrado na Figura 2.18, no qual consiste em um SFB seguido de um AFB e possui a saída igual a:

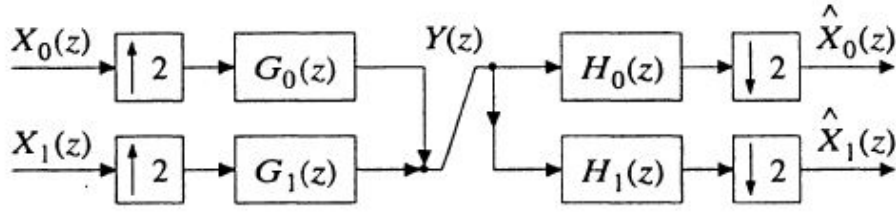


Figura 2.18: Diagrama de blocos de um transmultiplexador de 2 canais [16].

$$\begin{bmatrix} \tilde{X}_0(z) \\ \tilde{X}_1(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} H_0(z) & H_0(-z) \\ H_1(z) & H_1(-z) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G_0(z) & G_1(z) \\ G_0(-z) & G_1(-z) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_0(z) \\ X_1(z) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Considerando que não há ocorrência de diafonia entre os canais (não há interferência entre os sinais de entrada), a matriz de transmissão do sistema será:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} H_0(z) & H_0(-z) \\ H_1(z) & H_1(-z) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G_0(z) & G_1(z) \\ G_0(-z) & G_1(-z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0(z^2) & 0 \\ 0 & F_1(z^2) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

no qual $F_0(z^2)$ é a distorção do canal passa-baixa e $F_1(z^2)$ é o de passa-alta. Caso estas funções sejam iguais a elementos de atrasos, o sistema terá uma reconstrução perfeita.

É possível utilizar os mesmos filtros do SBC para o TMUX, de forma que o segundo terá as mesmas características do primeiro. No entanto, deve-se multiplicar os filtros do SFB por um elemento de atraso de um período, uma vez que as posições dos AFB e SFB estão trocadas.

2.7.2 Banco de Filtros com M Canais Uniformes

Banco de filtros com M canais uniformes consiste em um conjunto de M filtros, dos quais um é passa-baixa, outro passa-alta e o restante é passa-faixa. Estes filtros dividem o espectro em M sub-bandas de mesma largura de banda e possuem frequências centrais igualmente espaçadas como pode ser visto na Figura 2.19.

Existem duas maneiras de projetar um banco de filtros com M canais. A primeira é a chamada banco de filtro com estrutura em árvore, no qual é utiliza a estrutura de banco de filtros com 2 canais vista anteriormente e é limitada a valores de M que são potência de 2. Já a segunda, utiliza uma estrutura em paralelo e permite o uso de um valor M arbitrário.

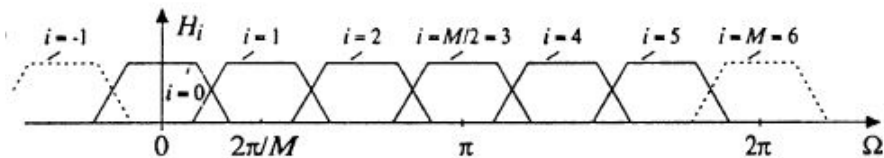


Figura 2.19: Espectro de um banco de filtros sub-dividido em $M = 6$ sub-bandas [16].

Para a estrutura em árvore, tem-se os AFB e SFB mostrados na Figura 2.20. Considerando um sistema SBC, tem-se que a frequência de banda de 0 a π (normalizado em relação à frequência de amostragem do sinal de entrada e à do de saída), será dividida em M sub-bandas, cada uma com uma função de transferência definida pelo caminho $X(z) \rightarrow X_i(z) \rightarrow \tilde{X}(z)$, $i = 0, 1, 2, \dots, M - 1$.

A complexidade computacional total desta estrutura, considerando que utiliza-se o mesmo protótipo em todos estágios, é dada por:

$$C_{tot} = 2f_0 \log_2(M)L \quad (2.36)$$

no qual f_0 é a frequência de amostragem da entrada e da saída, M é o número de canais e L é o número de coeficientes do protótipo. No entanto, ao se utilizar o mesmo protótipo em todos os estágios, as bandas de transição das funções de transferência são diferentes. Assim, é necessário ajustar os protótipos em cada estágio, de forma a ter uma banda de transição constante, o que aumenta a complexidade para:

$$C_{tot} = 2f_0(M - 1)L \quad (2.37)$$

Portanto, apesar da estrutura em árvore possuir a vantagem de herdar as características da estrutura de 2 canais utilizadas na sua constituição, como reconstrução perfeita e a não ocorrência de *aliasing*, ela possui desvantagens. Estas desvantagens incluem: alta complexidade computacional, limitação para os valores de M , alto atraso de propagação e necessidade de uma grande quantidade de memória.

Assim, como alternativa à estrutura de árvore, tem-se a estrutura em paralelo. O AFB desta estrutura, mostrada na Figura 2.21 (a), utiliza M filtros igualmente espaçados com uma largura de banda igual a π/M cada. Considerando um AFB criticamente amostrado (o fator de decimação é igual ao número de canais M), a saída é dada por:

$$X_i = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} H_i(z^{1/M} W_M^m) X(z^{1/M} W_M^m), \quad i = 0, 1, 2, \dots, M - 1. \quad (2.38)$$

Como dual do AFB, tem-se o SFB mostrado na Figura 2.21 (b), no qual os filtros $G_i(z)$, $i = 0, 1, 2, \dots, (M - 1)$ possuem as mesmas características dos filtros equivalentes do AFB. A saída é:

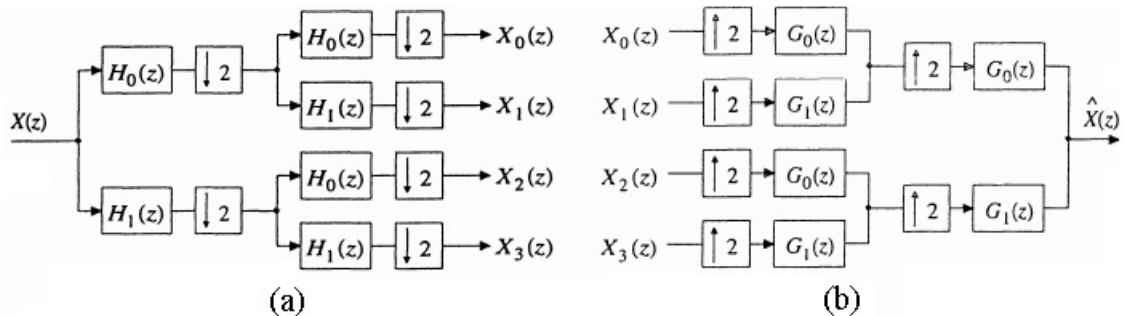


Figura 2.20: Diagrama de Blocos de um Banco de Filtros (a) de Análise e (b) de Síntese com $M = 4$ canais [16].

$$\tilde{X}(z) = \sum_{l=0}^{M-1} G_l(z) X_l(z^M) \quad (2.39)$$

Para obter um banco de filtros SBC com M canais, basta unir o AFB ao SBC. Caso o fator de decimação e de interpolação sejam iguais ao número de canais M , tem-se um banco de filtros SBC criticamente amostrado ou maximamente decimado. Para estabelecer as condições de reconstrução perfeita, é necessário definir:

- Vetor de modulação do sinal de entrada:

$$\mathbf{x}^{(m)}(z) = \begin{bmatrix} X(z) & X(zW_M) & \dots & X(zW_M^{M-1}) \end{bmatrix}^T \quad (2.40)$$

- Vetor de modulação do sinal de saída:

$$\tilde{\mathbf{x}}^{(m)}(z) = \begin{bmatrix} \tilde{X}(z) & \tilde{X}(zW_M) & \dots & \tilde{X}(zW_M^{M-1}) \end{bmatrix}^T \quad (2.41)$$

- Matriz de modulação do AFB:

$$\mathbf{H}^{(m)}(z) = \begin{bmatrix} H_0(z) & H_1(z) & \dots & H_{M-1}(z) \\ H_0(zW_M) & H_1(zW_M) & \dots & H_{M-1}(zW_M) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ H_0(zW_M^{M-1}) & H_1(zW_M^{M-1}) & \dots & H_{M-1}(zW_M^{M-1}) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

- Matriz de modulação do SFB:

$$\mathbf{G}^{(m)}(z) = \begin{bmatrix} G_0(z) & G_1(z) & \dots & G_{M-1}(z) \\ G_0(zW_M) & G_1(zW_M) & \dots & G_{M-1}(zW_M) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ G_0(zW_M^{M-1}) & G_1(zW_M^{M-1}) & \dots & G_{M-1}(zW_M^{M-1}) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

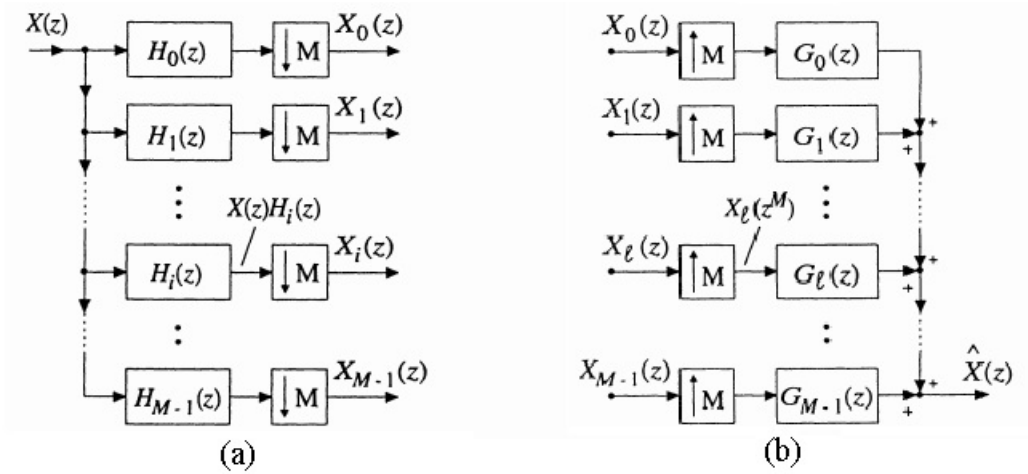


Figura 2.21: Diagrama de Blocos de um Banco de Filtros (a) de Análise e (b) de Síntese [16].

Assim, a relação entre os sinais de saída e de entrada para o banco de filtros SBC:

$$\tilde{\mathbf{x}}^{(m)}(z) = \frac{1}{M} \mathbf{G}^m(z) \cdot [\mathbf{H}^{(m)}(z)]^T \cdot \mathbf{x}^{(m)}(z) = \mathbf{F}(z) \cdot \mathbf{x}^{(m)}(z) \quad (2.44)$$

no qual $\mathbf{F}(\mathbf{z})$ é a matriz de transferência que relaciona o sinal de entrada $X(z)$ e suas réplicas deslocadas em frequência com o sinal de saída $\tilde{X}(z)$ e suas réplicas. Considerando que o sistema SBC é livre de *aliasing*, $\mathbf{F}(\mathbf{z})$ é uma matriz diagonal dada por:

$$\mathbf{F}(\mathbf{z}) = \text{diag}\{F(z) \quad F(zW_M) \quad \dots \quad F(zW_M^{M-1})\} \quad (2.45)$$

Caso $F(z)$ seja uma função passa-tudo, o banco de filtros não causa distorção de magnitude. Caso seja um elemento de atraso, tem-se um banco de filtros SBC com reconstrução perfeita [16].

Utilizando a representação de modulação, é possível obter a função de distorção (descreve as distorções lineares do banco de filtros) e a função de *aliasing* (soma de todos as componentes de *aliasing*), que são dadas como, respectivamente:

$$\begin{aligned} F_{dist} &= \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} G_i(z) \cdot H_i(z) \\ F_{alias}(z) &= \left(\sum_{l=1}^{M-1} \left| \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} G_i(z) \cdot H_i(zW_M^l) \right|^2 \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.46)$$

Para obter um banco de filtros SBC paraunitário (as entradas e as saídas são ortogonais entre si) com filtros FIR, dado um AFB descrito pela matriz $\mathbf{H}(z)$, é possível obter os filtros do SFB com a seguinte relação:

$$\mathbf{G}^{(m)}(z) = Mz^{-(L-1)} \mathbf{M}_M^{-(L-1)} \mathbf{H}^{(m)}(z^{-1}), \quad (2.47)$$

no qual foi considerado um sistema sem *aliasing*, com $F(z)$ sendo um elemento de atraso, L o número de coeficientes do protótipo usado para o AFB e

$$\mathbf{M}_M = \text{diag}\{1 \quad W_M \quad \dots \quad W_M^{M-1}\}. \quad (2.48)$$

No entanto, é difícil encontrar uma matriz de modulação do AFB que atenda à condição da função de transferência $F(z)$ ser um elemento de atraso. Assim, outras soluções que tentam atender às condições de reconstrução perfeita são desenvolvidas, como:

- Banco de filtros complexos modulados ou banco de filtros com transformada discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform* - DFT): considera apenas um protótipo de frequência de corte (frequência que delimita o fim da banda de passagem e o início da banda de rejeição) igual a π/M e com atenuação na banda de rejeição suficiente para não causar *aliasing*. Os filtros são obtidos a partir de um bloco de DFT e se sobrepõem para possibilitar a reconstrução. Assim, sendo o protótipo dado por $H(z)$, os filtros de análise e de síntese, juntamente com a saída, são dados respectivamente por:

$$\begin{aligned} H_i(z) &= H(zW_M^i) \\ G_i(z) &= H(zW_M^i) \\ \tilde{X}(z) &\approx \sum_{i=0}^{M-1} H(zW_M^i) \sum_{l=-1}^1 H(zW_M^{i+l}) \cdot X(zW_M^l), \end{aligned} \quad (2.49)$$

no qual $i = 0, 1, \dots, (M - 1)$. No entanto, o *aliasing* gerado pela sobreposição dos filtros do AFB não são eliminados pelos SFB, o que impossibilita a reconstrução perfeita [16].

- Banco de Filtros DFT modificado (Banco de filtros MDFT): surge a partir dos bancos de filtros DFT, de forma a se obter uma reconstrução perfeita. Para obter o MDFT, é necessário subamostrar com e sem offset de fase, considerando a parte real e imaginária. Assim, a saída é dada por:

$$\tilde{X}(z) = X(z)[H^2(zW_M^i) + H^2(zW_M^{i+1})] \quad (2.50)$$

em que $X(x)$ é uma entrada limitado às i -ésima e $(i + 1)$ -ésima frequências centrais e $H(z)$ é um protótipo FIR com L coeficientes limitado a uma banda de $2\pi/M$, que pode ser escrito como:

$$H(z) = A(z)z^{-(L-1)/2} \quad (2.51)$$

em que $A(z)$ é um função de fase zero e $A^2(z)$ é um filtro de M -ésima banda. Isto garante uma função de distorção igual a um elemento de atraso, o que implica em reconstrução perfeita. No entanto, não é possível obter um filtro FIR sem energia na banda de rejeição, assim, obtém-se uma reconstrução quase perfeita.

Para obter um TMUX com M canais, basta posicionar o SFB seguido do AFB, assim, obtém-se:

$$\tilde{\mathbf{x}}(z^M) = \frac{1}{M}[\mathbf{H}^{(m)}(z)]^T \mathbf{G}^{(m)}(z) \mathbf{x}^{(m)}(z) = \mathbf{F}(z) \mathbf{x}^{(m)}(z^M), \quad (2.52)$$

no qual as matrizes de modulação de entrada $\mathbf{x}(z)$ e de saída $\tilde{\mathbf{x}}(z)$ possuem como componentes as entradas e as saídas de cada canal, respectivamente. Assim, para cada canal há uma função de transferência $F_{ij}(z)$, o qual é o elemento da matriz de transferência $\mathbf{F}(z)$ que representa:

$$\tilde{X}_i(z^M) = F_{ij}(z^M)X_j(z^M), \quad (2.53)$$

em que $\tilde{X}_i(z)$ é a saída do i -ésimo canal e $X_j(z)$ é a entrada do j -ésimo canal.

Para $i = j$, tem-se as funções de transferência de cada canal e, para $i \neq j$, tem-se a diafonia entre os canais. Assim, caso a matriz de transferência seja uma matriz diagonal, tem-se sistema TMUX sem diafonia. Caso, os elementos diagonais sejam também elementos de atraso, tem-se reconstrução perfeita.

Para um banco de filtros TMUX complexos modulados, o protótipo $H(z)$ deve ser limitado a banda de π/M com atenuação suficiente para não causar interferência em frequências maiores que $2\pi/M$. Os filtros são obtidos a partir de:

$$\begin{aligned} H_i(z) &= H(zW_M^i) \\ G_i(z) &= MH(zW_M^i), \end{aligned} \quad (2.54)$$

no qual $i = 0, 1, \dots, (M - 1)$. No entanto, como diafonia é inevitável nesta técnica [16], é possível realizar duas modificações de forma a minimizar este efeito, são elas:

- Introduzir no sistema, o sinal com e sem defasagem de fase de $\lambda = M/2$.

- Para um dado sinal $X_i(z)$, as partes imaginária e real, são fornecidas e deixam o sistema separadamente.

No entanto, ainda sim, não é possível obter uma reconstrução perfeita, devido à atenuação na banda de rejeição finita dos filtros FIR e à função de transferência $F_{ii}(z)$ não ser um elemento de atraso. No entanto, para uma escolha adequada de protótipo, é possível minimizar tais distorções.

2.8 Conclusão

Este capítulo apresentou a teoria básica de conversão de taxa de amostragem, incluindo decimação e interpolação, nos quais são necessárias em sistemas multitaxa, uma vez que tais sistemas são criados a partir de tais conversores. Foi possível notar que os sistemas multitaxa podem ser úteis na redução da complexidade do processamento de sinais ao se aumentar a estrutura do sistema.

Além disso, neste capítulo, também foram abordados os tipos de filtros FIR e os bancos de filtros que eles podem compor. No caso dos bancos de filtros, nota-se que um projeto adequado de filtro é determinante para o funcionamento de um sistema, uma vez que o desempenho do banco de filtros está diretamente relacionado com desempenho dos filtros. Assim, no próximo capítulo, serão abordados diferentes métodos propostos para um sistema FBMC, desta forma, será possível aplicar tais filtros em um sistema FBMC e verificar os seus desempenhos.

Capítulo 3

Projeto de Filtros FIR

3.1 Introdução

Como visto no capítulo anterior, o desempenho de um banco de filtros depende do comportamento do protótipo escolhido. No contexto de sistemas FBMC para 5G, é esperado um sinal que permita um melhor desempenho em relação ao 4G. Desta forma, alguns filtros foram propostos: raiz do cosseno levantado, projeto de Martin, projeto de Farhang, IOTA e projeto de Hermite.

Assim, em cada seção deste capítulo, será apresentado cada método citado, descrevendo como foram desenvolvidos e suas respostas tanto no tempo, quanto na frequência. Desta forma, será possível analisar e compará-los.

3.2 Raiz do Cosseno Levantado

Em sistemas de transmissão, os protótipos necessários geralmente devem ter uma função de transferência, que resulte em uma função de transferência de M -ésima banda ao se multiplicar por si mesmo [16]. Um dos protótipos mais utilizados é a raiz do cosseno levantado (*Square Root Raised Cosine* - SRRC), o qual, multiplicado por ele mesmo, resulta no cosseno levantado.

A função de transferência da raiz do cosseno levantado pode ser escrita como:

$$H_{srrc}(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{para } \frac{|\omega|}{\omega_c} \leq 1 - \beta \\ \cos \left[\frac{\pi}{4\beta} \left(\frac{\omega}{\omega_c} - (1 - \beta) \right) \right], & \text{para } 1 - \beta \leq \frac{|\omega|}{\omega_c} \leq 1 + \beta \\ 0, & \text{para } \frac{|\omega|}{\omega_c} \geq 1 + \beta \end{cases} \quad (3.1)$$

em que β é o fator de *rolloff* ($0 \leq \beta \leq 1$) e ω_c é a frequência de corte desejada.

Ao se aplicar a transformada inversa de Fourier e a amostragem discreta, é possível obter a sua resposta discreta no domínio tempo:

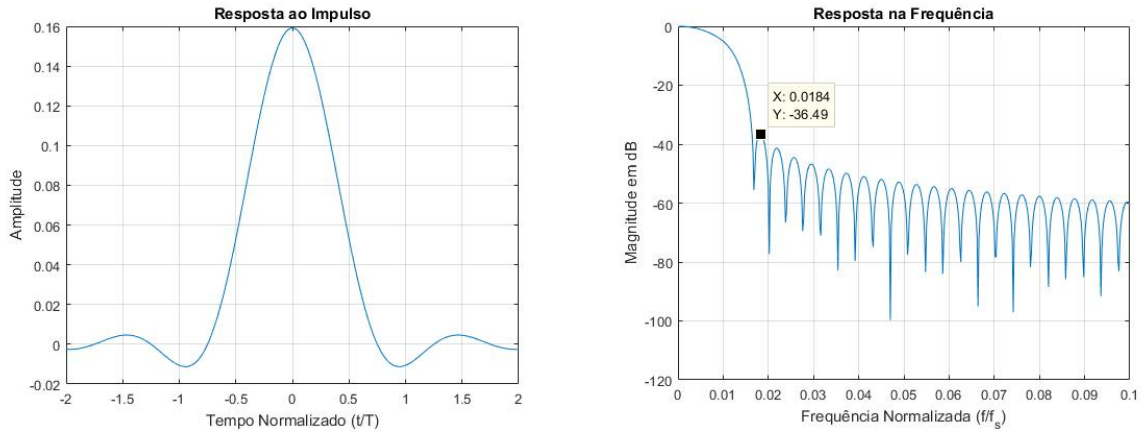
$$h_{srrc}(n) = \frac{4\beta n \cos[\pi n(1 + \beta)/M] + M \sin[\pi n(1 - \beta)/M]}{[1 - (4\pi n/M)^2]\pi n M}, \quad (3.2)$$

em que M é o fator de sobreamostragem.

Nos casos em que $n = 0$ ou $n = \pm \frac{M}{4\beta}$, tem-se que o numerador e o denominador são iguais a zero. Assim, no limite:

$$\begin{aligned} h_{srrc}(0) &= \frac{1}{M} + \frac{\beta}{M} \left(\frac{4}{\beta} - 1 \right) \\ h_{srrc}\left(\pm \frac{M}{4\beta} \right) &= -\frac{\beta}{M} \left[\frac{2}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{4\beta}(1 + \beta) \right) - \cos\left(\frac{\pi}{4\beta}(1 - \beta) \right) \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

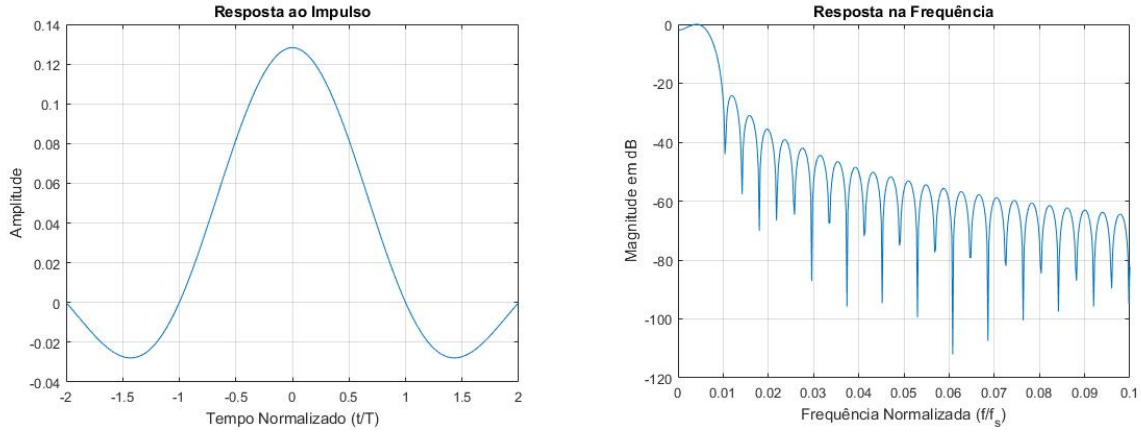
Assim, utilizando as Equações (3.2) e (3.3) foram obtidos os gráficos mostrados nas Figuras 3.1 e 3.2, nas quais L é o comprimento do filtro projetado. Ao analisá-los, nota-se que, ao reduzir o fator de *rolloff*, a banda ocupada pelo espectro diminui e há a expansão da resposta ao impulso em relação ao eixo temporal.



(a) Resposta no domínio do Tempo.

(b) Magnitude da resposta no domínio da frequência.

Figura 3.1: Desempenho do protótipo da raiz do cosseno levantado para $M = 64$, $L = 257$ e $\beta = 1$.



(a) Resposta no domínio do Tempo.

(b) Magnitude da resposta no domínio da frequência.

Figura 3.2: Desempenho do protótipo da raiz do cosseno levantado para $M = 64$, $L = 257$ e $\beta = 0$.

3.3 Projeto de Martin

Em busca de um protótipo com lóbulos laterais mais atenuados, principalmente para aplicação em sistemas de comunicação multitom, Kenneth W. Martin propôs um novo projeto de filtro [21]. Os sistemas multitom fazem uso da transformada inversa de Fourier (*Inverse Fourier Transform* - IFT) no transmissor e da transformada de Fourier (*Fourier Transform* - FT) no receptor. Na Figura 3.3, tem-se um diagrama simplificado deste sistema, o qual será considerado para o projeto do novo protótipo.

No transmissor, os dados de entrada são transformados por cada bloco IFT, cada qual com um peso diferente, chamados de coeficientes na frequência. Assim, este procedimento é equivalente à passar os dados por um filtro FIR resultante da combinação linear dos blocos adjacentes. De forma análoga, no receptor, obtém-se o filtro casado com o uso dos blocos FTs.

A combinação linear dos blocos IFTs adjacentes formam o filtro do transmissor, ao qual são aplicadas duas restrições aos coeficientes na frequência de forma a garantir um bom desempenho na banda de rejeição, como discutido em [18]. As restrições são: a soma dos coeficientes devem ser iguais a zero e os sinais dos coeficientes adjacentes devem ser alternados.

Para a obtenção protótipo, define-se o número de canais de um banco de filtros igual a $N = m/K$ canais, em que m é um número inteiro múltiplo do fator de sobreposição, K . Para $K = 4$, o filtro de transmissão é obtido pela combinação linear dos sete IFT adjacentes, este número é definido como $2K - 1$. Assim, a resposta do $i/4$ -ésimo filtro é dada por:

$$T_{i/4}(\omega) = K_3 IFT_{i-3}(\omega) + K_2 IFT_{i-2}(\omega) + K_1 IFT_{i-1}(\omega) + K_0 IFT_i(\omega) + K_1 IFT_{i+1}(\omega) + K_2 IFT_{i+2}(\omega) + K_3 IFT_{i+3}(\omega), \quad (3.4)$$

em que K_0, K_1, K_2 e K_3 são os coeficientes na frequência e,

$$IFT_i(\omega) = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^m e^{j2\pi ik/m} e^{-j\omega Tk}, \quad (3.5)$$

em que T é o intervalo entre as amostras.

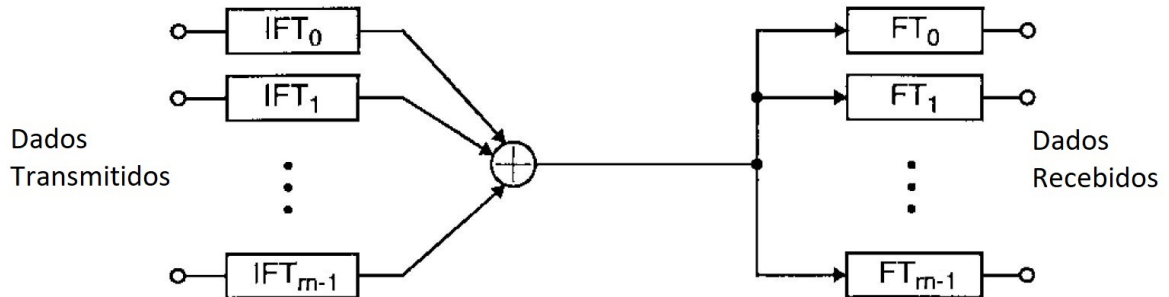


Figura 3.3: Diagrama simplificado de um canal de comunicação Multitom. Adaptado de [21].

Pela primeira restrição:

$$K_3 + K_2 + K_1 + K_0 + K_1 + K_2 + K_3 = 0. \quad (3.6)$$

Assim, o n -ésimo coeficiente do filtro no domínio do tempo, é obtido a partir de:

$$t_{i/4}(n) = \frac{1}{m} K_0 e^{j(2\pi i/m)} + K_1 (e^{j2\pi k(i-1)/m} + e^{j2\pi k(i+1)/m}) + K_2 (e^{j2\pi k(i-2)/m} + e^{j2\pi k(i+2)/m}) + K_3 (e^{j2\pi k(i-3)/m} + e^{j2\pi k(i+3)/m}) \quad (3.7)$$

Para o filtro com $i/4 = 0$, ou seja, $N = 0$, tem-se que:

$$t_0(n) = \frac{1}{m} \left[K_0 + 2K_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{m}\right) + 2K_2 \cos\left(\frac{4\pi n}{m}\right) + 2K_3 \cos\left(\frac{6\pi n}{m}\right) \right], \quad (3.8)$$

do qual os outros filtros podem ser obtidos a partir dos deslocamento em frequência.

É necessário ressaltar que, sendo IFT e FT ortogonais entre si, tem-se que:

$$IFT_i(\omega_i) FT_h(\omega_i) = \begin{cases} 1, & \text{se } i = h, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.9)$$

em que $\omega_i = \frac{2\pi i}{nT}$ é a frequência central de cada IFT_i ou FT_i . Além disso, como é desejável ter um ganho unitário em cada canal, deve-se garantir que:

$$\sum_{j=0}^{m-1} T_j(\omega) R_j(\omega) = 1, \quad (3.10)$$

no qual $R_j(\omega)$ é o filtro de recepção do $i/4$ -ésimo canal, obtido a partir dos conjugados complexos dos coeficientes do filtro de transmissão na ordem reversa.

Assim, a partir das equações (3.9) e (3.10), considerando $T_{i/4}(\omega) R_{i/4}(\omega) + T_{(i+4)/4}(\omega) R_{(i+4)/4}(\omega)$ nas frequências ω_i , ω_{i+1} e ω_{i+2} , é possível chegar nas seguintes equações:

$$\begin{aligned} K_0 &= 1 \\ K_1^2 + K_3^2 &= 1 \\ 2K_2 &= 1 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Ao aplicar a restrição da Equação (3.6) nas equações de (3.11), obtém-se que os coeficientes são dados por:

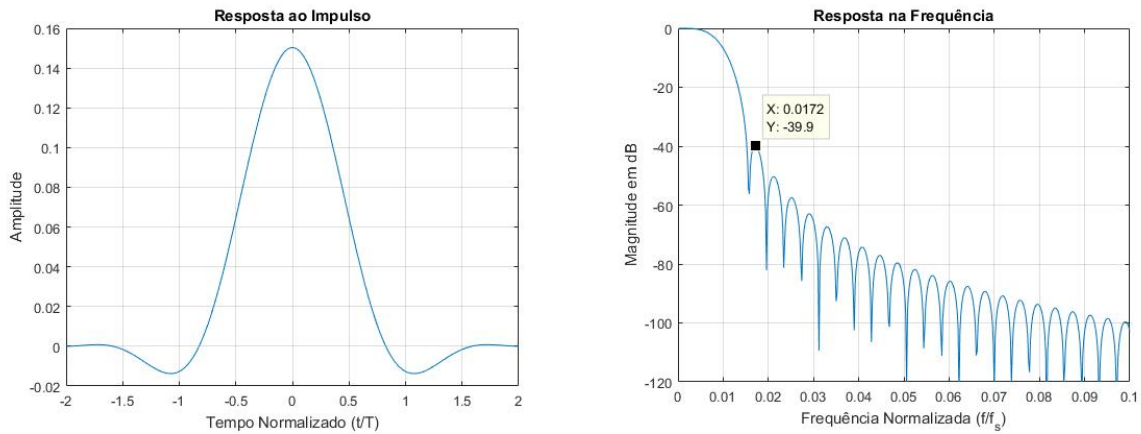
$$\begin{aligned} K_0 &= 1 \\ K_1 &= -0,9719598 \\ K_2 &= 0,7071068 \\ K_3 &= -0,2351470 \end{aligned} \quad (3.12)$$

O mesmo raciocínio pode ser aplicado para casos em que $K = 3$, $K = 6$ ou $K = 8$, dos quais obtém-se os coeficientes mostrados na Tabela 3.1. Por fim, a partir da resposta no tempo e da

Tabela 3.1: Coeficientes para o protótipo de Martin [21].

Coeficientes	$m/3$ canais	$m/4$ canais	$m/6$ canais	$m/8$ canais
k_0	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1,00000000
k_1	-0,91143783	-0,97195983	-0,99722723	-0,99988389
k_2	0,41143783	0,70710681	0,94136732	0,99315513
k_3	-	-0,23514695	-0,70710681	-0,92708081
k_4	-	-	0,3373834	0,70710681
k_5	-	-	-0,07441672	-0,37486154
k_6	-	-	-	0,11680273
k_7	-	-	-	-0,01523841

na frequência, foram obtidos os gráficos mostrados nas Figuras 3.4 e 3.5, o comprimento utilizado foi de $L = KN + 1$. Ao comparar, ambos gráficos, nota-se que a duração do pulso para $K = 4$ é maior, já que ele prevê a sobreposição de um símbolo a mais em relação ao protótipo com $K = 3$. Além disso, percebe-se que há um decaimento mais rápido dos lóbulos secundários no primeiro caso.



(a) Resposta no domínio do Tempo.

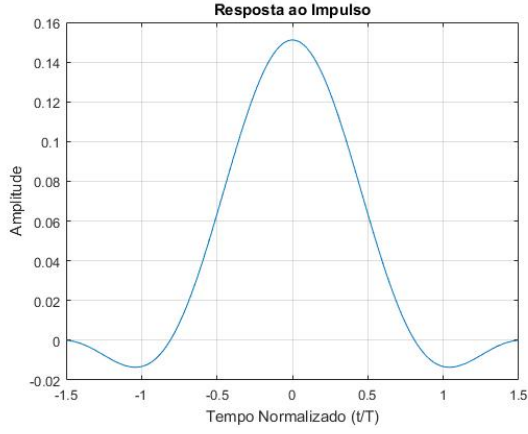
(b) Magnitude da resposta no domínio da frequência.

Figura 3.4: Desempenho do protótipo de Martin para $N = 64$ e $K = 4$.

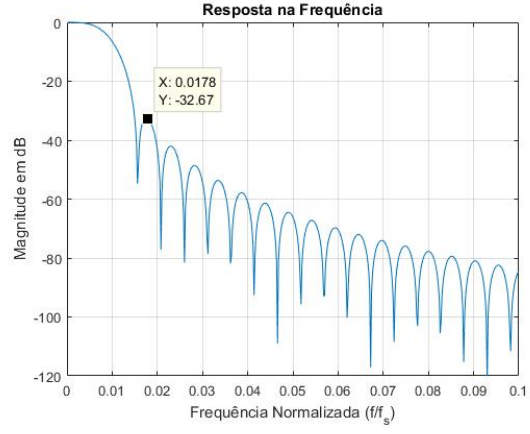
3.4 Projeto de Farhang

O método proposto por Farhang-Boroujeny em [12] é baseado no uso de uma função de custo, na qual se busca minimizar para obter o protótipo do filtro. Com esta função é possível balancear: a interferência inter-simbólica, a atenuação da banda de rejeição, a relação de potência de pico e média (do inglês *Peak-to-Average Power Ratio* - PAPR) e a resistência à falta de sincronismo temporal.

Para que um protótipo seja utilizado em um sistema de comunicação, é desejável que o filtro do transmissor em cascata com o do receptor (será considerado que $T(z) = H(z)$ e que $R(z) = H(z^{-1})$)



(a) Resposta no domínio do Tempo.



(b) Magnitude da resposta no domínio da frequência.

Figura 3.5: Desempenho do protótipo de Martin para $N = 64$ e $K = 3$.

resulte em um filtro que satisfaça o critério de Nyquist:

$$\sum_{k=0}^{M-1} G(z e^{-j2\pi k f}) = M, \quad (3.13)$$

em que $G(z) = T(z)R(z) = H(z)H(z^{-1})$ e M é o fator de sobreamostragem. No domínio do tempo, o critério de Nyquist pode ser escrito como:

$$g(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 0, \\ 0, & \text{se } n = mM, \text{ com } m \neq 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

No entanto, os protótipos que atendem ao critério de Nyquist são muito restritos, tornando aceitável que o protótipo atenda aproximadamente ao critério de Nyquist. Desta forma, é possível obter um sistema com ISI reduzida e com, ao mesmo tempo, maior atenuação na banda de rejeição, por exemplo.

A largura de banda de transmissão e a atenuação da banda de rejeição de $H(z)$ são parâmetros do projeto, que são definidos pela máscara espectral desejada. Além disso, para promover a resistência a *jitter*, a magnitude dos lóbulos laterais da resposta ao impulso $g(n) = h(n) \star h(-n)$ deve ser reduzida. De forma a reduzir a complexidade, o comprimento de $H(z)$ deve ser mantido o menor possível e $H(z)$ é restrito a um filtro de fase linear. Por fim, a PAPR do sinal modulado $h(n)$ é definida como:

$$PAPR = \frac{\max[h(n)h^*(n)]}{E[h(n)h^*(n)]}, \quad (3.15)$$

em que $E[\cdot]$ representa o valor esperado, e para reduzi-la, é necessário reduzir a energia da região transitória do sinal, como mostrado em [9].

Assim, o objetivo é levar em consideração todos os aspectos considerados acima e permitir ao projetista ponderar quais são ou quais não as características mais importantes para seu sistema. Para tal, define-se uma função de custo:

$$\xi = \xi_s + \sum_{n \in S_g} \gamma_n (g(n) - d(n))^2 + \sum_{n \in S_h} \eta_n h^2(n) \quad (3.16)$$

em que as variáveis são: ξ_s é a energia da banda de rejeição de $h(n)$, $d(n)$ é a resposta desejada, S_g e S_h descrevem os subconjuntos de amostras de $g(n)$ e $h(n)$ que serão levadas em consideração e os coeficientes γ_n e η_n são fatores de ponderação de cada restrição.

Ao escolher S_g limitado às amostras que garantem $g(n)$ a satisfazer a Equação (3.13), concentra-se no critério de Nyquist. Ao considerar os elementos de $g(n)$ ao redor dos cruzamentos de zeros e limitando o tamanho das amostras, é possível reduzir a sensibilidade do filtro projetado à dessincronização temporal. Por fim, para reduzir a PAPR, é possível reduzir a energia da região transitória de $h(n)$, utilizando o terceiro termo da Equação (3.16).

3.4.1 Definição dos Parâmetros

Para descrever o método de Farhang, é necessário definir alguns parâmetros. Primeiramente, tem-se o protótipo do filtro:

$$H(z) = \sum_{n=0}^L h(n)z^{-n}, \quad (3.17)$$

em que, definindo $\mathbf{h} = [h(0) \ h(1) \ \dots \ h(L)]^T$ e $\mathbf{e}(z) = [1 \ z^{-1} \ \dots \ z^{-L}]^T$, é possível reescrever:

$$H(z) = \mathbf{h}^T \mathbf{e}(z) \quad (3.18)$$

Definindo $G(z) = H(z)H(z^{-1})$, tem-se:

$$G(z) = \mathbf{h}^T \mathbf{e}(z) \mathbf{e}^T(z^{-1}) = \mathbf{h}^T \mathbf{R}(z) \mathbf{h}, \quad (3.19)$$

em que,

$$\mathbf{R}(z) = \mathbf{e}(z) \mathbf{e}^T(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ \vdots \\ z^{-L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z \\ \dots \\ z^L \end{bmatrix} = \sum_{n=-L}^L z^{-n} \mathbf{S}_n \quad (3.20)$$

e \mathbf{S}_n é uma matriz constante nos quais os elementos não dados por:

$$[\mathbf{S}_n]_{k,l} = \begin{cases} 1, & \text{se } k - l = n, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.21)$$

Substituindo a Equação (3.20) em (3.19):

$$G(z) = \sum_{n=-L}^L (\mathbf{h}^T \mathbf{S}_n \mathbf{h}) z^{-n} \quad (3.22)$$

Para que $G(z)$ atenda ao critério de Nyquist:

$$\mathbf{h}^T \mathbf{S}_n \mathbf{h} = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 0, \\ 0, & \text{se } n = mM, \text{ com } m \neq 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

Em seguida, deve-se considerar o primeiro termo da função de custo dada pela Equação (3.16), a fim de melhorar o desempenho na banda de rejeição:

$$\xi_s = \int_{f_o}^{1-f_o} |H(e^{j2\pi f})|^2 df, \quad (3.24)$$

em que f_o é a frequência normalizada definida matematicamente por: $\frac{1+\beta}{2M}$. Ao fazer o uso da relação de Parseval $\mathbf{h}^T \mathbf{h} = \int_0^1 |H(e^{j2\pi f})|^2 df$, é possível obter:

$$\xi_s = \mathbf{h}^T \Phi \mathbf{h} = \mathbf{h}^T \left(\mathbf{I} - \int_{-f_o}^{f_o} \mathbf{e}(e^{j2\pi f}) \mathbf{e}^T(e^{-j2\pi f}) df \right) \mathbf{h} \quad (3.25)$$

Também é importante definir que, uma vez que o protótipo é um filtro simétrico, tem-se que o filtro pode ser reescrito no domínio do tempo como:

$$\mathbf{h} = \mathbf{E} \mathbf{h}', \quad (3.26)$$

em que $\mathbf{h}' = [h(0) \ h(1) \ \dots \ h(\lfloor \frac{L}{2} \rfloor)]^T$ e $\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{J} \end{bmatrix}$, \mathbf{I} é a matriz identidade e \mathbf{J} , para L ímpar, é a matriz anti-diagonal, e, para L par, é a matriz diagonal sem a primeira linha.

3.4.2 Algoritmo

Com os parâmetros definidos, é possível descrever o algoritmo do projeto de Farhang, no qual, de forma resumida, é dado por:

1. Definir as entradas:

- N : ordem do filtro;
- M : fator de sobreamostragem;
- β : fator de *rolloff*;
- γ : fator de ponderação dos coeficientes centrais de $g(n)$ e dos cruzamentos de zero;
- γ' : fator de ponderação da cauda de $g(n)$;
- η_n : fator de ponderação da cauda de $h(n)$;
- Número de iterações.

2. Inicialização:

- Construir Γ , uma matriz diagonal, em que os elementos são definidos pelos fatores de ponderação γ e γ' ;

- Construir um vetor \mathbf{h}'_0 a partir da raiz do cosseno levantado com fator de *rolloff* β ;
- Obter $\mathbf{S}' = \mathbf{E}^T \mathbf{S}_n \mathbf{E}$ e $\Phi' = \mathbf{E}^T \Phi \mathbf{E}$;
- Aplicar a fatoração de Cholesky em Φ para obter C , uma vez que define-se $\Phi = C^T C$.
- Determinar o vetor $\mathbf{d} = [d_0 \ d_1 \ \dots \ d_N]$ desejado e formar $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ 0 \end{bmatrix}$ (É sugerido configurar $d_0 = 1$ e $d_n = 0$, para $n \neq 0$);
- Definir $i = 0$;

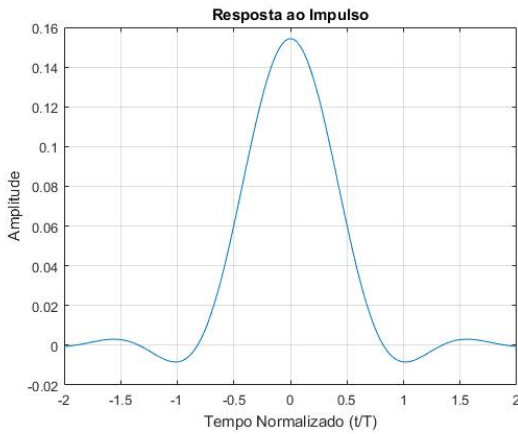
3. Iterações:

- $\mathbf{B} = (\mathbf{I} \otimes \mathbf{h}_i'^T) \mathbf{S}'$, em que \otimes denota o produto de Kronecker;
- $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix}$;
- $\mathbf{h}' = (\mathbf{D}^T \Gamma^2 \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T \Gamma^2 \mathbf{u}$;
- $\mathbf{h}' = (\mathbf{h}'_i + \mathbf{h}')/2$;
- Incrementar i ;

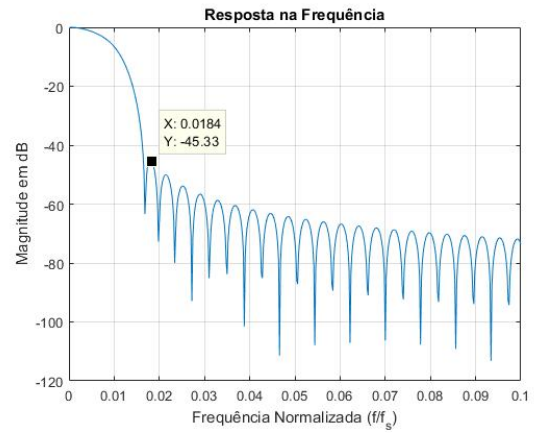
4. Finalização:

- Obter \mathbf{h} a partir de \mathbf{h}'

Assim, finalmente, a partir do método de Farhang, foi possível obter a resposta no tempo e na frequência mostrados na Figuras 3.6 e 3.7. É notável que ao modificar o parâmetro η , os coeficientes da cauda de $h(n)$ tornam-se desprezíveis, no entanto, piora-se o desempenho na banda de rejeição do protótipo, surgindo uma solução de compromisso dos parâmetros.

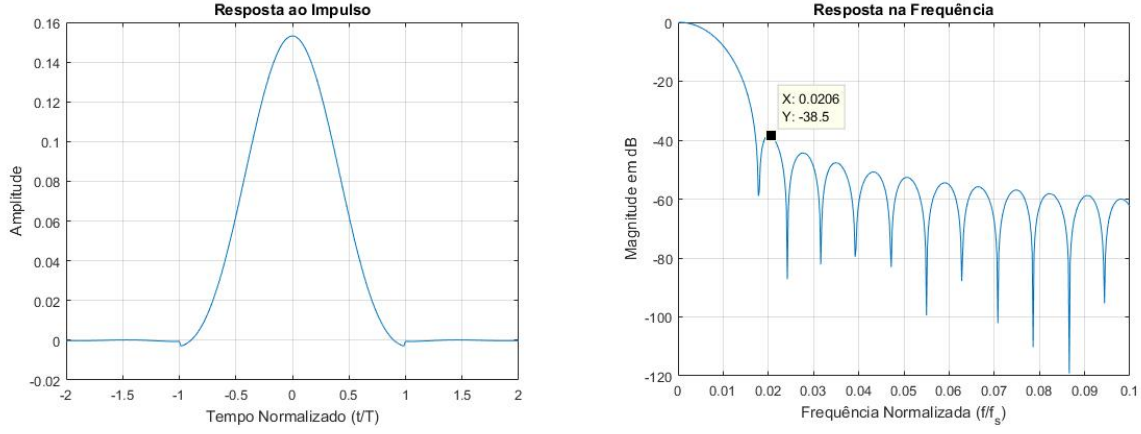


(a) Resposta no domínio do Tempo.



(b) Magnitude da resposta no domínio da frequência.

Figura 3.6: Desempenho do protótipo de Farhang para $L = 257$, $M = 64$, $\beta = 1$, $\gamma = 0, 1$, $\gamma' = 0, 1$ e $\eta = 0$.



(a) Resposta no domínio do Tempo.

(b) Magnitude da resposta no domínio da frequência.

Figura 3.7: Desempenho do protótipo de Farhang para $L = 257$, $M = 64$, $\beta = 1$, $\gamma = 0, 1$, $\gamma' = 0, 1$ e $\eta = 10$.

3.5 Protótipos para Canais Variantes no Tempo e na Frequência

Os dois últimos projetos de filtro são focados em casos de canais duplamente dispersivos, que possuem dispersão tanto no tempo (devido à efeitos de multipercurso), quanto na frequência (variação da resposta do canal em função do tempo). Assim, para um filtro atender à ambas dispersões, o filtro deve ter um comportamento similar no tempo e na frequência [14], atendendo à seguinte propriedade:

$$H(f) = h(Cf), \quad (3.27)$$

em que C é um fator escalar. Desta forma, a resposta no domínio da frequência é igual à resposta ao impulso comprimida ou expandida, dependendo do valor de C .

O fator C está relacionado ao espaçamento dos símbolos no tempo, T , e na frequência, F , que são proporcionais à dispersão no tempo, $\Delta\tau$ (relacionado à estimativa da duração da resposta ao impulso do canal), e na frequência, $\Delta\nu$ (relacionado ao espalhamento Doppler do canal), respectivamente [6]. Assim, o fator pode ser descrito por:

$$C = \frac{T}{F} = \frac{\Delta\tau}{\Delta\nu} \quad (3.28)$$

O projeto do protótipo para um canal variante está relacionado a função de ambiguidade, que descreve o espectro de um protótipo no domínio do tempo e está definido matematicamente por:

$$A_h(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t + \frac{\tau}{2}) h^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi\nu t} dt, \quad (3.29)$$

em que τ é o atraso e ν é o deslocamento na frequência.

Na Figura 3.8, tem-se o comportamento das funções de ambiguidade dos protótipos propostos anteriormente nas Figuras: 3.1, 3.4 e 3.6. Ao comparar os gráficos, é notável que o protótipo SRRC e o de Farhang possuem um comportamento semelhante, exceto pelo SRRC ser ligeiramente mais

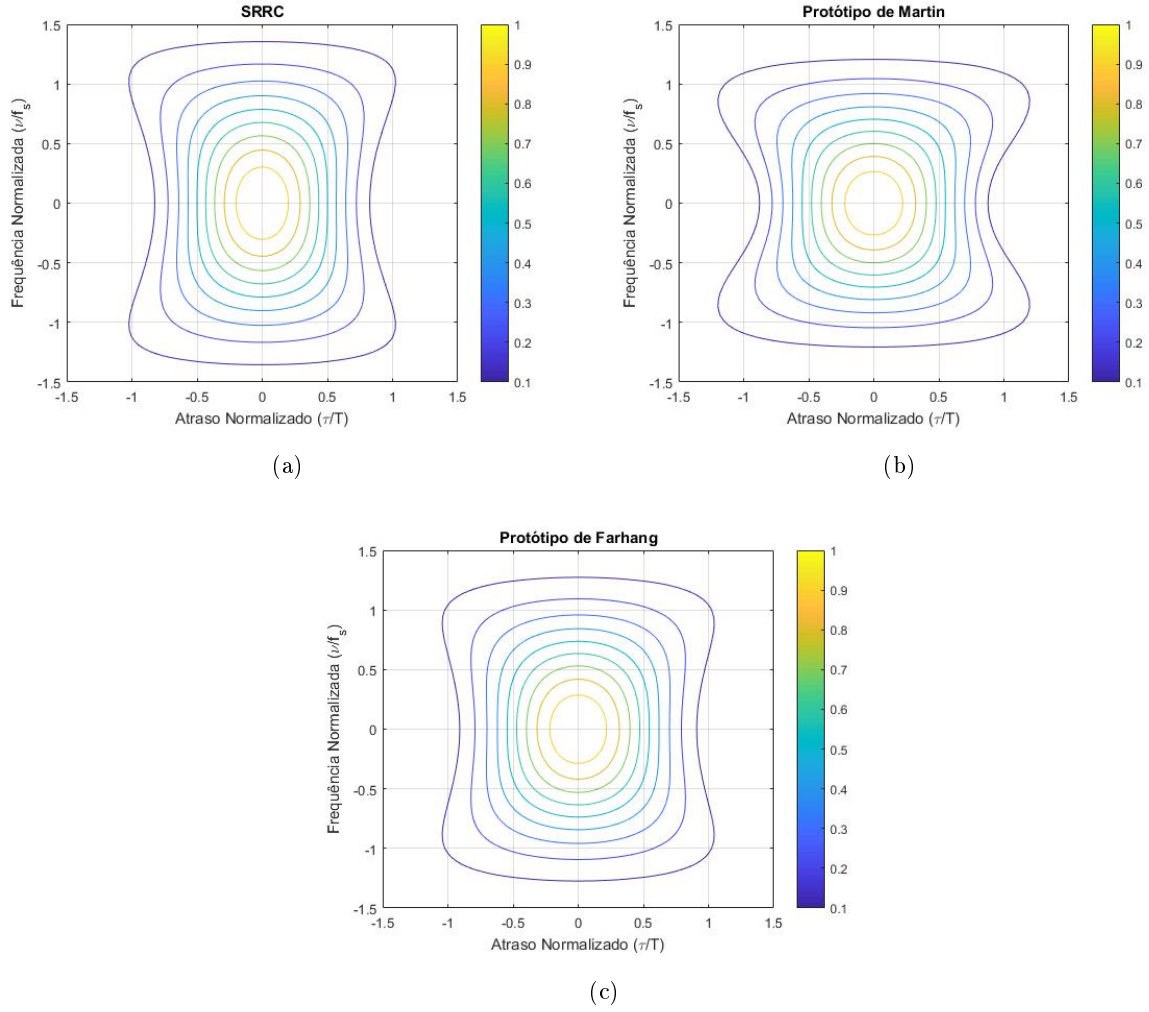


Figura 3.8: Função de Ambiguidade dos Filtros Propostos.

disperso na frequência, ou seja, o SRRC ocupa uma faixa maior no eixo da frequência. Já o protótipo de Martin, é menos disperso na frequência, no entanto, mais disperso no tempo em relação aos outros protótipos. Assim, a faixa ocupada no eixo da frequência é menor, enquanto que a no do tempo é maior, principalmente, nos extremos da faixa na frequência.

Definindo $h_{n,k}(t)$ como a versão deslocada no tempo e na frequência de $h(t)$:

$$h_{n,k}(t) = h(t, nT)e^{j2\pi kFt} \quad (3.30)$$

é possível notar que:

$$\begin{aligned} \langle h_{m,k}(t), h_{n,l}(t) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} h(t - mT)e^{j2\pi kFt} h(t - nT)e^{-j2\pi lFt} dt \\ &\propto A_h((n - m)T, (l - k)F). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Assim, caso $h(t)$ seja escolhido de forma a atender a seguinte condição:

$$A_h(nT, lF) = \begin{cases} 1, & \text{se } n = l = 0 \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.32)$$

diz-se que o protótipo $h(t)$ também atende à condição generalizada de Nyquist, que garante a ortogonalidade no tempo e na frequência.

Além disso, para tentar projetar um filtro satisfatório para canais variantes, deve-se tentar minimizar a sua duração e maximizar a eficiência de largura de banda. Ou seja, $h(t)$ deve ser escolhido de forma a maximizar a compacidade, que é quantificada pelo produto $\sigma_t \sigma_f$, em que σ_t^2 e σ_f^2 são, os momentos de segunda ordem de $h(t)$ e de $P(f)$, respectivamente [6]. De acordo com o princípio de incerteza de Heisenberg-Gabor:

$$\sigma_t \sigma_f \geq \frac{1}{4\pi}, \quad (3.33)$$

em que a equação a atender a igualdade é o pulso Gaussiano $g(t) = e^{-\pi t^2}$, mais detalhes podem ser encontrado em [7]. Além disso, o pulso gaussiano atende a propriedade da Equação (3.27) com $C = 1$, no entanto não atende ao critério de ortogonalidade da Equação (3.32).

Assim, a fim de satisfazer as condições de ortogonalidade e, ao mesmo tempo, se aproximar do limite do princípio da incerteza, dois métodos principais foram propostos: Algoritmo da Transformada Ortogonal Isotrópica, do inglês, *Isotropic Orthogonal Transform Algorithm* - IOTA, e o método de Haas, que é baseado no uso de pulsos de Hermite.

3.5.1 IOTA

O método IOTA é baseado no uso de operadores ortogonalizantes \mathcal{O}_a [3], com os quais é possível ortogonalizar um função tanto no domínio do tempo, quanto no da frequência. Assim, define-se um operador ortogonalizador \mathcal{O}_a em uma função $x(t)$ como:

$$\mathcal{O}_a x = \frac{x(t)}{\sqrt{a \sum_{k=-\infty}^{\infty} |x(t - ka)|^2}}, a > 0 \quad (3.34)$$

O objetivo deste operador é ortogonalizar a função $x(t)$ no domínio da frequência, no qual está diretamente relacionado à função de ambiguidade:

$$A_y(0, \frac{m}{a}) = \begin{cases} 1, & \text{se } m = 0 \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.35)$$

em que $y(t) = \mathcal{O}_a x(x)$. Analogicamente, o mesmo pode ser feito com $x(t)$ ao longo do eixo do tempo, assim, é possível aplicar o operador em $X(f) = \mathcal{F}x(t)$ a fim de obter um $y(t)$ ortogonalizado no tempo, basta fazer:

$$y(t) = \mathcal{F}^{-1} \mathcal{O}_a \mathcal{F} x(t) \quad (3.36)$$

do qual, tem-se:

$$A_y(\frac{n}{a}, 0) = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 0 \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.37)$$

Para o método definido no IOTA, $x(t)$ é definido com uma função gaussiana estendida:

$$x(t) = g_\alpha(t) = (2\alpha)^{\frac{1}{4}} e^{-\pi\alpha t^2}, \alpha > 0, \quad (3.38)$$

em que uma de suas propriedades é a igualdade:

$$\mathcal{F}g_\alpha(t) = g_{1/\alpha}(f) \quad (3.39)$$

Assim, ao aplicar o operador ortogonalizador $\mathcal{O}_{\Delta\tau}$ em $x(t)$, obtém-se $y_\alpha = \mathcal{O}_{\Delta\tau}g_\alpha(t)$ do qual:

$$A_y(0, \frac{m}{\Delta\tau}) = \begin{cases} 1, & \text{se } m = 0 \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.40)$$

o que garante a ortogonalidade na frequência. Para garantir a ortogonalidade também no tempo, aplica-se $\mathcal{F}^{-1}\mathcal{O}_{\Delta\nu}\mathcal{F}$ em y_α , obtendo:

$$z_{\alpha,\Delta\tau,\Delta\nu}(t) = \mathcal{F}^{-1}\mathcal{O}_{\Delta\nu}\mathcal{F}y_\alpha(t) = \mathcal{F}^{-1}\mathcal{O}_{\Delta\nu}\mathcal{F}\mathcal{O}_{\Delta\tau}g_\alpha(t) \quad (3.41)$$

e

$$A_z(\frac{n}{\Delta\nu}, \frac{m}{\Delta\tau}) = \begin{cases} 1, & \text{se } n = m = 0 \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.42)$$

na qual é consequência direta da ortogonalização no tempo e na frequência, satisfazendo ao critério de Nyquist generalizado de (3.32).

Ao aplicar a propriedade da transformada de Fourier invariante dada pela Equação (3.39) em $z_{\alpha,\Delta\tau,\Delta\nu}(t)$, obtém-se:

$$\mathcal{F}z_{\alpha,\Delta\tau,\Delta\nu}(t) = z_{1/\alpha,\Delta\tau,\Delta\nu}(t). \quad (3.43)$$

Ao definir $\alpha = 1$, $\Delta\tau = \Delta\nu = \frac{1}{\sqrt{2}}$ e $\zeta(t) = z_{1,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}}(t)$, tem-se:

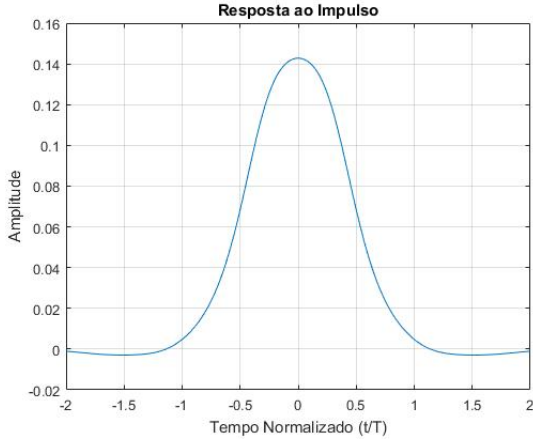
$$\mathcal{F}\zeta = \mathcal{F}z_{1,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}}(t) = \zeta(t) = z_{1,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}}(t) = \zeta, \quad (3.44)$$

que atende à condição dada pela Equação (3.27), uma vez que $\zeta(t)$ possui o mesmo comportamento no domínio do tempo e no da frequência. Assim, tem-se o comportamento do protótipo obtido a partir de $\zeta(t)$ na Figura 3.9. No gráfico da função de ambiguidade, é possível notar que o protótipo tem o mesmo comportamento tanto no tempo, quanto na frequência como era desejável.

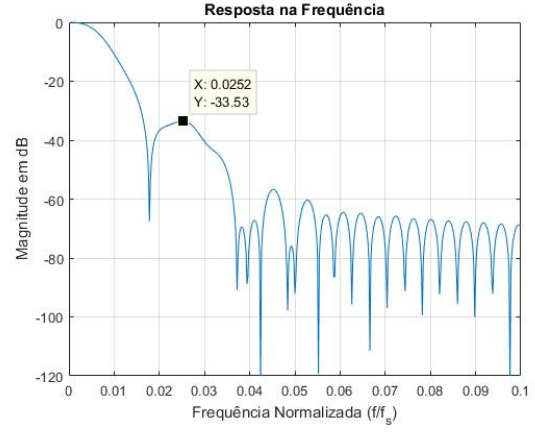
3.5.2 Projeto de Haas

O método proposto por Haas busca projetar um filtro que atenda ao critério generalizado de Nyquist e ao limite inferior do princípio de incerteza de Heisenberg-Gabor por meio da combinação linear de pulsos de Hermite [17].

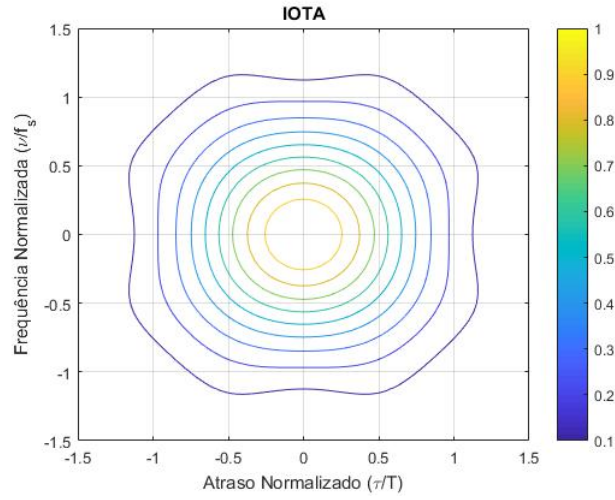
Semelhante ao protótipo IOTA, o projeto de Haas visa obter um protótipo invariante ao se aplica a transformada de Fourier, assim, ao se garantir a ortogonalidade no tempo, haverá também a garantia de ortogonalidade na frequência.



(a) Resposta no domínio do Tempo.



(b) Magnitude da resposta no domínio da frequência.



(c) Função de Ambiguidade

Figura 3.9: Desempenho do protótipo de IOTA com $M = 64$ e $L = 257$.

A função de Hermite é definida por:

$$h_n(x) = e^{-x^2/2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}, \quad (3.45)$$

da qual se verifica que:

$$\lambda_n h_n(x) = j^n \sqrt{2\pi} h_n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} h_n(s) e^{jsx} ds. \quad (3.46)$$

Com a normalização $D_n(t) = h_n(\sqrt{2\pi}t)$, substituindo na Equação (3.46), obtém-se:

$$j^n D_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} D_n(f) e^{j2\pi ft} df. \quad (3.47)$$

Se $n = 4k$, sendo k um número natural, $D_n(t)$ é igual a sua transformada de Fourier. Assim, o protótipo pode ser formado pela combinação linear de $D_{4k}(t)$:

$$h(t) = \sum_{k=0}^{N_H-1} H_{4k} D_{4k}(t) \quad (3.48)$$

Para obter a ortogonalidade, é necessário avaliar a função de ambiguidade:

$$A_h(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N_H-1} H_{4k} D_{4k}(t) \sum_{p=0}^{N_H-1} H_{4p} D_{4p}^*(t + \tau) e^{-j2\pi\nu t} dt \quad (3.49)$$

A partir do critério generalizado de Nyquist da Equação (3.32), considerando um espaçamento no tempo e na frequência de $T = F = \sqrt{2}$ e limitando a ortogonalidade aos pontos mais próximos do centro $(0, 0)$, é possível obter as seguintes condições de ortogonalidade:

$$\begin{aligned} A_h(0, 0) &= 1 \\ A_h(\sqrt{2}, 0) &= 0 \\ A_h(\sqrt{2}, \sqrt{2}) &= 0 \\ A_h(2\sqrt{2}, 0) &= 0 \\ A_h(2\sqrt{2}, \sqrt{2}) &= 0, \end{aligned} \quad (3.50)$$

por simetria, a ortogonalidade a todos os pontos ao redor do centro.

Isso resulta em um sistema de $N_H = 5$ equações quadráticas, a partir das quais se obtém os seguintes coeficientes:

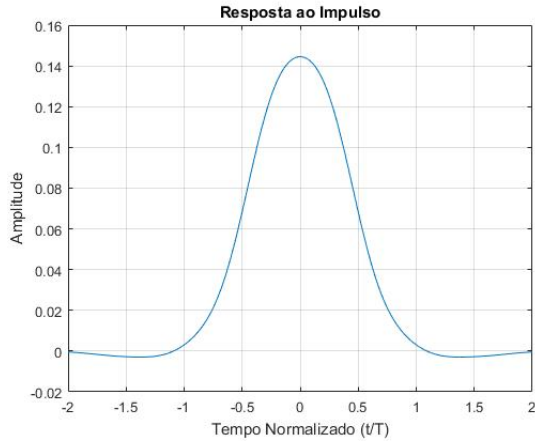
$$\begin{aligned} H_0 &= 1,1850899 \\ H_4 &= -1,9324881 \cdot 10^{-3} H_0 \\ H_8 &= -7,3110588 \cdot 10^{-6} H_0 \\ H_{12} &= -3,1542096 \cdot 10^{-9} H_0 \\ H_{16} &= 9,6634138 \cdot 10^{-13} H_0 \end{aligned} \quad (3.51)$$

Assim, o desempenho do protótipo de Haas é mostrado na Figura 3.10. Semelhante a função de ambiguidade do protótipo IOTA, o filtro obtido por meio do método de Haas também possui o mesmo comportamento tanto no tempo, quanto na frequência.

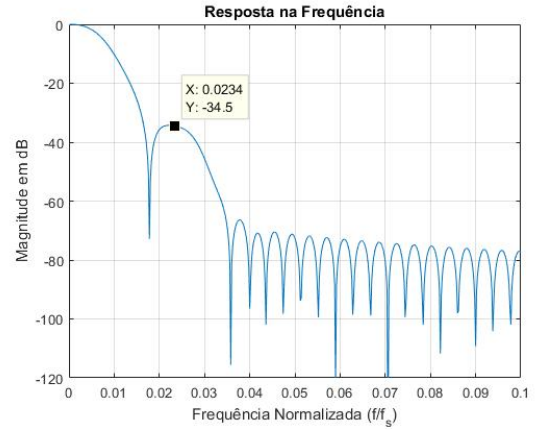
3.6 Comparação

Na figura 3.11, tem-se a magnitude das respostas em frequência dos protótipos mostrados anteriormente nas Figuras 3.1, 3.4, 3.6, 3.9 e 3.10. Além disso, na Tabela 3.6, tem-se um comparativo quantitativo do desempenho de cada protótipo, considerando a potência fora de banda e o decaimento do lóbulo secundário em relação ao principal.

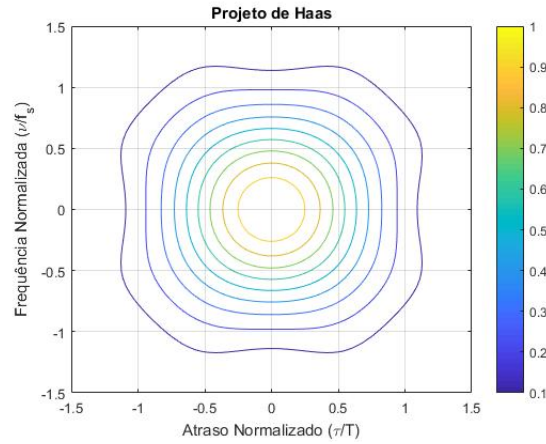
A partir desta figura, nota-se que os protótipos IOTA e de Haas possuem um comportamento muito semelhante tanto no domínio do tempo, quanto na frequência. No entanto, possuem uma



(a) Resposta no domínio do Tempo.



(b) Magnitude da resposta no domínio da frequência.



(c) Função de Ambiguidade

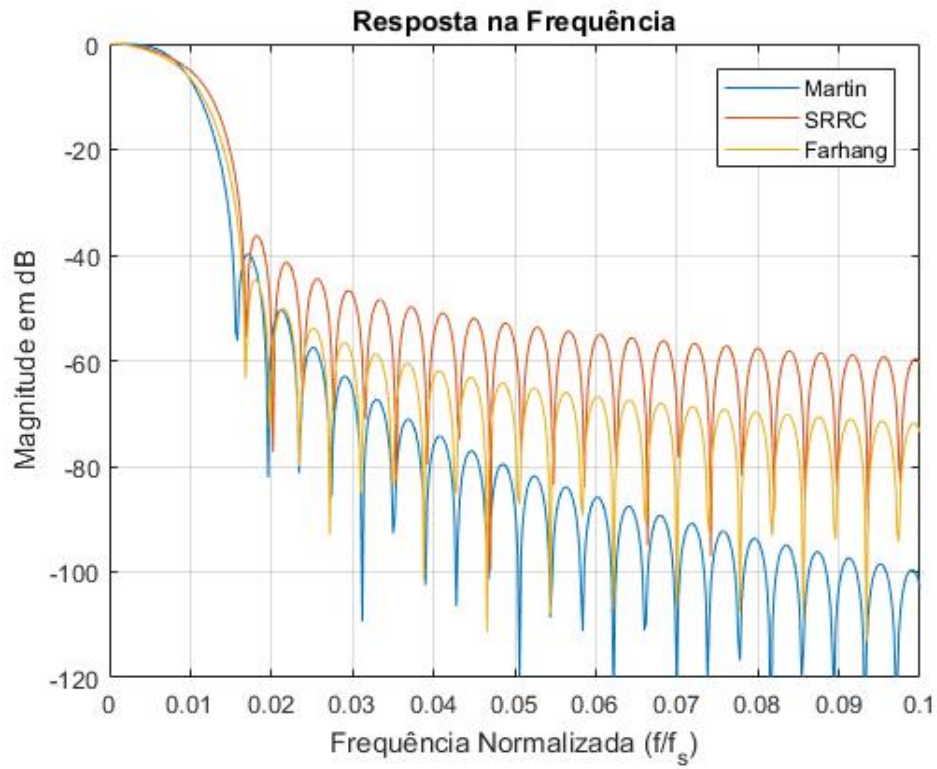
Figura 3.10: Desempenho do protótipo de Haas com $M = 64$ e $L = 257$.

diferença de aproximadamente de 1dB, tanto na potência da banda de rejeição (o início da banda de rejeição foi definida pelo protótipo de maior largura de banda, que, neste caso, foram os protótipos IOTA e de Hass), quanto no decaimento do lóbulo secundário, sendo o de Hass melhor em ambos casos.

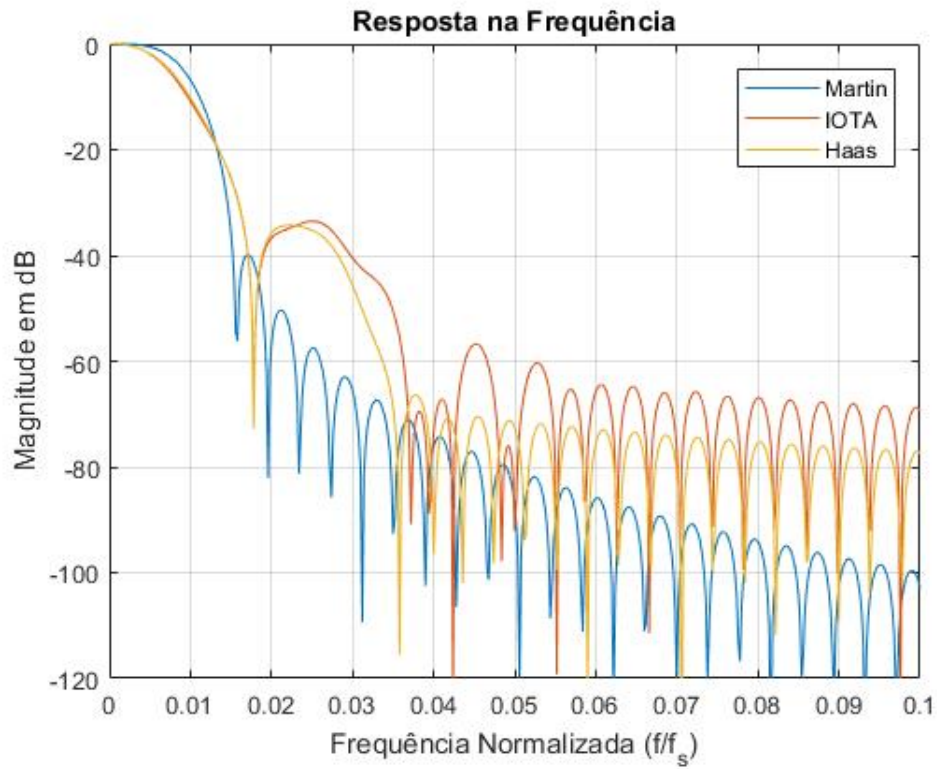
No caso do SRRC e do protótipo de Farhang, apesar de terem um comportamento com formatos similar na Figura 3.11, a partir da Tabela 3.6, o protótipo de Farhang possui um melhor desempenho em ambos critérios apresentados. Consequência do maior decaimento do lóbulo secundário.

Tabela 3.2: Parâmetros dos protótipos projetados.

Parâmetro	SRRC	Martin	Farhang	IOTA	Haas
Lóbulo Secundário [dB]	-36,49	-39,9	-45,33	-33,53	-34,5
Potência Fora de Banda [dBW]	-39,8216	-49,1560	-48,8600	-32,0875	-33,2815



(a) Magnitude da resposta no domínio da frequência de SRRC, protótipo de Martin e de Farhang.



(b) Magnitude da resposta no domínio da frequência do protótipo de Martin, IOTA e de Haas.

Figura 3.11: Desempenho dos diferentes protótipos propostos.

Além disso, dentre todos os protótipos apresentados, o projeto sugerido por Martin possui o melhor desempenho na banda de rejeição por apresentar uma menor potência em tal faixa e decaimento mais rápido. No entanto, o protótipo de Farhang obteve melhor desempenho em relação ao lóbulo secundário.

3.7 Conclusão

Assim, neste capítulo, foram desenvolvidos diferentes métodos de se projetar um protótipo, os quais resultaram em diferentes desempenhos. Foi observado que os protótipos de Martin e de Farhang, obtiveram menor potência na banda de rejeição, o que os tornaria os melhores candidatos para sistemas com rádio cognitivo.

No entanto, é necessário garantir que o desempenho do sistema como um todo seja satisfatório. Assim, os sistemas OFDM e FBMC serão apresentados a seguir, o que permitirá a aplicação dos protótipos em um sistema FBMC a fim de verificar seu desempenho e compará-lo com um sistema OFDM.

Capítulo 4

Sistemas Multiportadora

4.1 Introdução

Em sistemas reais de comunicação digital, os sinais transmitidos sofrem multipercurso, devido às irregularidades no índice de refração do meio de propagação, como consequência há a introdução de ISI no sinal. Assim, para reduzir esse tipo de interferência, é necessário que o tempo de símbolo (T_s) seja maior que o atraso introduzido pelo canal (τ). No entanto, em sistemas de taxa alta de transmissão, o tempo de símbolo desejado é muito menor que o atraso. Neste contexto, a modulação multiportadora surge como solução [5].

Como visto no Capítulo 1, a quarta geração de redes móveis utiliza um esquema de modulação multiportadora chamado de OFDM. No entanto, este esquema não é capaz de atender a algumas das aplicações da quinta geração, como o rádio cognitivo, desta forma a modulação FBMC é sugerida como um alternativa [14], [29].

Assim, este capítulo apresenta os fundamentos de sistemas multiportadora para, em seguida, focar em sistemas OFDM e FBMC. Desta forma, é possível compará-los, utilizando parâmetros como a BER, potência fora de banda e PAPR.

4.2 Fundamentos de Sistemas Multiportadora

Um sistema com modulação multiportadora permite dividir um conjunto de dados com alta taxa de transmissão de *bits* em sub-conjuntos paralelos com baixa taxa, mostrado na Figura 4.1 [5]. No transmissor mostrado na Figura 4.1(a), um conjunto de dados a uma taxa de *bits* igual a R_s é dividido em N subconjuntos de taxa $R = R_s/N$, assim, considerando o tempo de símbolo, tem-se que:

$$T_s = \frac{1}{R_s} = \frac{1}{N} \frac{N}{R_s} = \frac{1}{N} \frac{1}{R} = \frac{1}{N} T, \quad (4.1)$$

ou seja, o tempo de símbolo de cada subconjunto, T , passa a ser N vezes maior que o tempo de símbolo do conjunto original, T_s .

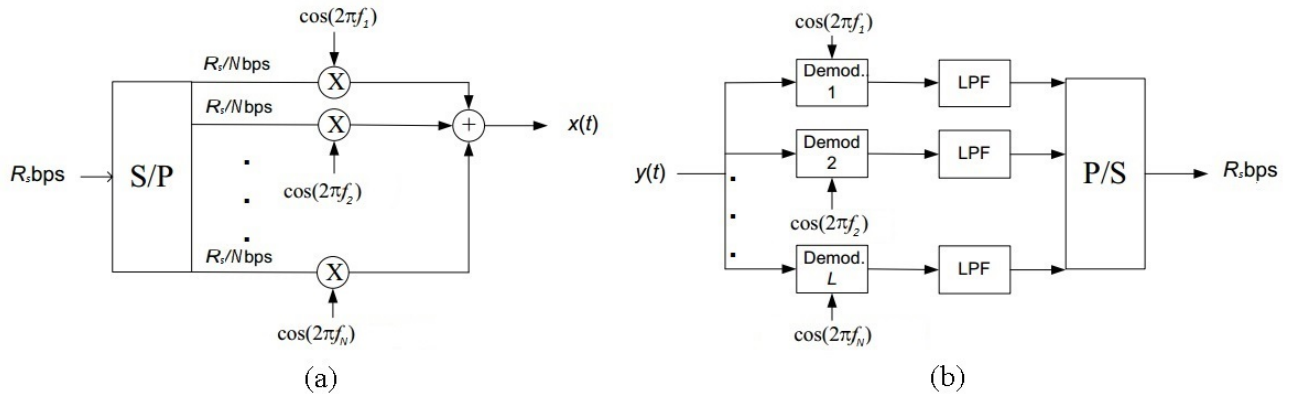


Figura 4.1: Diagrama de blocos de um sistema com modulação multiportadora. (a) Transmissor simplificado. (b) Receptor simplificado. Adaptado de [5].

Em seguida, cada subconjunto de dados é deslocado para uma frequência central diferente, chamada de sub-portadora, resultando em N sub-canaís paralelos geralmente ortogonais entre si. Finalmente, os sub-canaís são somados, resultando na saída $x(t)$, a qual efetivamente tem uma taxa de transmissão igual a R_s . No entanto, o tempo de símbolo é igual a T . Assim, a taxa de transmissão continua sendo alta e a ISI é reduzida.

Além disso, uma vez que a largura de banda é diretamente proporcional à taxa de *bits*, supondo que o conjunto original de dados tenha uma largura de banda base igual a B , cada sub-canal possui uma sub-banda de B/N . Se B/N é menor que a banda de coerência do canal [5], pode-se garantir um desvanecimento plano, o que simplifica a equalização (mais detalhes na seção 4.3.2).

No receptor (mostrado na Figura 4.1(b)), o sinal de entrada $y(t)$ passa por cada demodulador com frequências centrais equivalentes às do transmissor e, em seguida, cada sinal passa por um filtro passa-baixa (*Low Pass Filter* - LPF). Por fim, tem-se a conversão dos sub-conjuntos paralelos em novamente um conjunto de dados com alta taxa de *bits* R_s .

Na teoria, os sistemas multiportadora são simples e vantajosos, uma vez que permitem uma alta taxa de transmissão com ISI reduzido, por exemplo. No entanto, na prática, algumas desvantagens surgem, como a necessidade de N LPFs de alta qualidade, de forma a garantir a ortogonalidade entre as subportadoras no receptor e um sistema livre de ICI, e de N moduladores/demoduladores com frequências centrais diferentes.

Na Figura 4.2, é mostrado um diagrama de blocos simplificado que pode ser aplicado tanto a um sistema multiportadora OFDM, quanto a um FBMC, a diferença está na escolha dos protótipos $p_T(t)$ e $p_R(t)$ e das suas respectivas durações.

Enquanto que em um sistema OFDM convencional, tais protótipos são pulsos retangulares com duração igual a de um período de símbolo T , em um sistema FBMC, os protótipos são escolhidos de acordo com o Capítulo 3 com duração igual a KT , em que K é o fator de sobreposição. O uso de pulsos retangulares possuem uma resposta na frequência indesejada, uma vez que o decaimento dos lóbulos laterais é muito lenta, como mostrado na Figura 4.3.

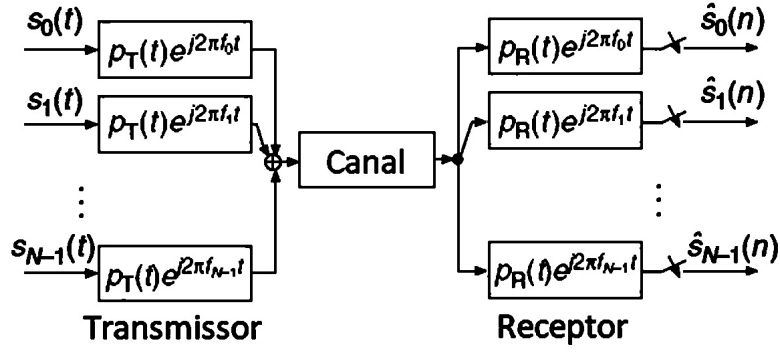
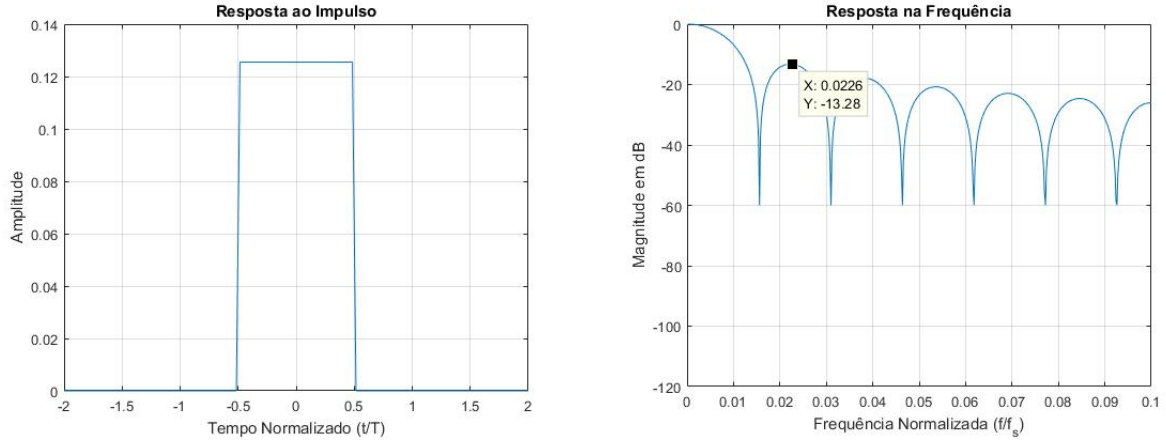


Figura 4.2: Diagrama de blocos simplificado sistema OFDM ou FBMC. Adaptado de [13].



(a) Resposta no domínio do Tempo.

(b) Magnitude da resposta no domínio da frequência.

Figura 4.3: Desempenho de um pulso retangular.

4.3 OFDM

Conforme apresentado em [28], uma forma geral de se escrever o sinal OFDM em banda base é:

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N-1} s_i(t) = \sum_{i=0}^{N-1} A_i \cos(2\pi f_i + \phi_i), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (4.2)$$

em que A_i , f_i e ϕ_i são a amplitude, a frequência e a fase da i -ésima subportadora. Os valores de amplitude e de fase são definidos de acordo com a modulação escolhida e o dado a ser transmitido. Além disso, $s_i(t)$ é o sinal de cada sub-portadora, N é o número de subportadoras e T é o período de símbolo do subconjunto de dados.

Para garantir que as sub-portadoras sejam ortogonais entre si, é necessário garantir que o produto interno entre diferentes sub-portadoras seja igual a zero e que o produto de uma sub-portadora com ela mesma seja diferente de zero, ou seja,

$$\langle s_i(t), s_j(t) \rangle = \int_0^T s_i(t) s_j(t) dt \begin{cases} \neq 0, & \text{se } i = j \\ = 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.3)$$

como consequência, é possível encontrar que f_i deve ser um múltiplo inteiro de $1/2T$ e o espaçamento entre as sub-portadoras deve ser de no mínimo $1/T$.

Para avaliar o sinal no domínio da frequência, utiliza-se a densidade espectral de potência (do inglês *Power Spectral Density* - PSD), no qual é dado por:

$$S(f) = \sum_{i=0}^{N-1} S_i(f), \quad (4.4)$$

ou seja, o espectro resultante do sinal OFDM, $S(f)$, é dado pela soma dos espectros de cada sub-portadora, $S_i(f)$, como mostrado na Figura 4.4. Isto só é válido, devido às sub-portadoras serem ortogonais entre si, conforme a Equação (4.3) [28].

Além disso, a largura de banda do sinal OFDM de banda base é igual a:

$$B = \frac{N}{T} = NR, \quad (4.5)$$

como é possível observar também na Figura 4.4(a).

Ao converter o sinal OFDM de banda base para um frequência de rádio, obtém-se um sinal OFDM de banda passante, no qual as frequências das subportadoras são escolhidas de forma a

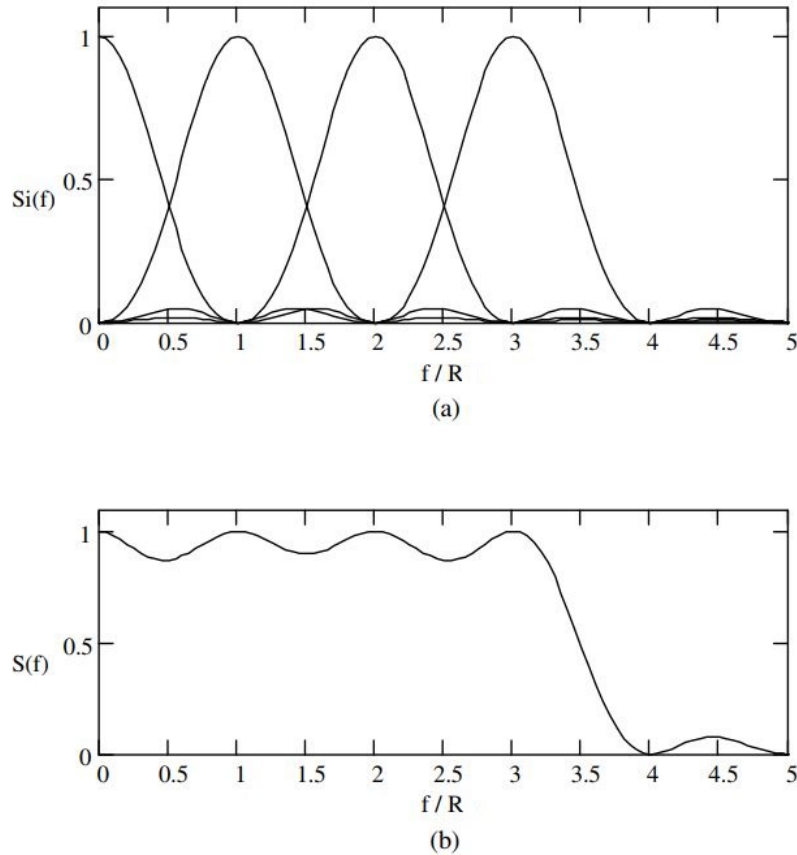


Figura 4.4: PSD do sinal OFDM em banda base pra $N = 4$. (a) PSD de cada sub-portadora. (b) PSD resultante do sinal OFDM. [28].

ficarem simetricamente distribuídas em relação a uma frequência central. Assim, o sinal OFDM de banda passante é:

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N-1} A_i \cos \left[2\pi \left(f_c - \frac{N-1}{2T} + \frac{i}{T} \right) t + \phi_i \right], 0 < t < T \quad (4.6)$$

em que f_c é a frequência central desejada. A ortogonalidade entre as subportadoras não precisa ser garantida para o caso de um sinal OFDM de banda passante, uma vez que a demodulação não é realizada na frequência de rádio.

Por fim, a PSD do sinal passante também pode ser calculada utilizando a Equação (4.4) como mostrado na Figura 4.5 e a largura de banda de um sinal de banda passante passa a ser calculada com:

$$B = \frac{N+1}{T}. \quad (4.7)$$

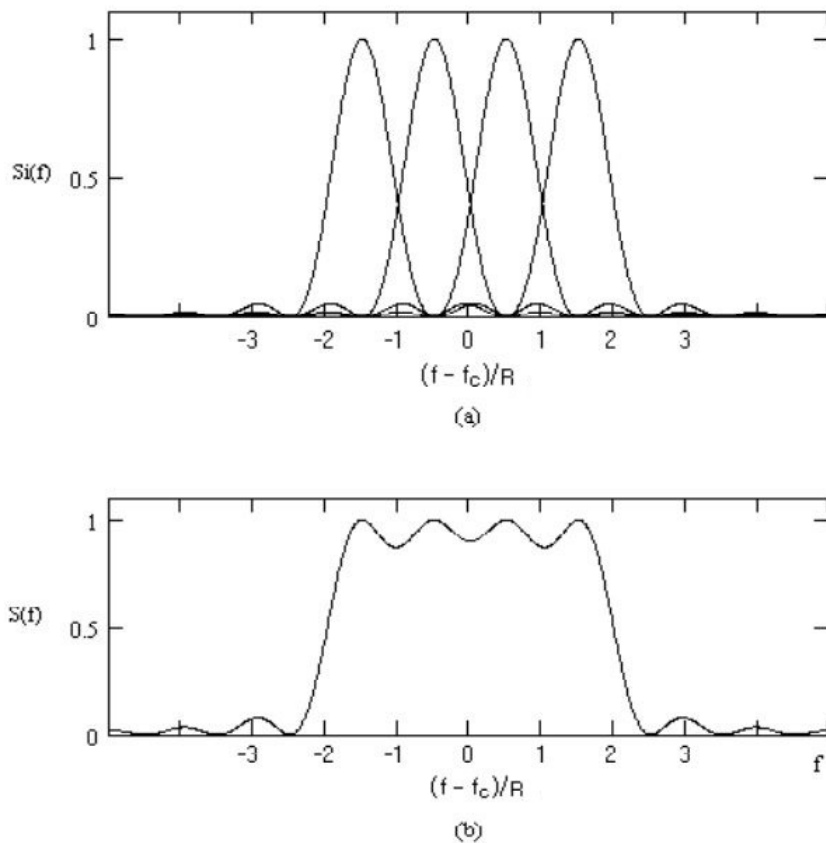


Figura 4.5: PSD do sinal OFDM em banda passante pra $N = 4$. (a) PSD de cada sub-portadora. (b) PSD resultante do sinal OFDM. [28].

4.3.1 OFDM com FFT

O sinal OFDM de banda base pode ser reescrito em função da sua envoltória complexa [28], dado por:

$$s(t) = \text{Re}\{\tilde{s}\} = \text{Re}\left\{\sum_{i=0}^{N-1} d_i \exp(j2\pi f_i t)\right\}, \quad (4.8)$$

em que d_i é o símbolo a ser transmitido mapeado de acordo com a constelação utilizada. Ao amostrar a envoltória complexa com um período de $\Delta t = T/N$ e considerando $f_i = i/T$, tem-se que:

$$s_n = \sum_{i=0}^{N-1} d_i \exp\left(j2\pi \frac{in}{N}\right), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4.9)$$

Assim, a menos de um fator $1/N$, tem-se a transformada inversa discreta de Fourier (*Inverse Discrete Fourier Transform* - IDFT). Isto implica que as amostras da envoltória complexa do sinal OFDM podem ser geradas por um bloco IDFT. Além disso, caso o receptor receba tais amostras sem distorções, os símbolos de informação podem ser recuperados por meio da transformada discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform* - DFT):

$$d_i = \sum_{n=0}^{N-1} s_n \exp\left(-2\pi \frac{in}{N}\right), \quad i = 0, 1, \dots, N-1. \quad (4.10)$$

Ou seja, a modulação e a demodulação podem ser realizadas por meio de um par de blocos IDFT/DFT de N pontos cada, no qual pode ser facilmente implementado com o uso da FFT.

4.3.2 Extensão Cíclica

Uma das principais vantagens de um sistema multiportadora é a redução de ISI, uma vez que a duração de símbolo é consideravelmente maior do que a de sistemas portadora única. No entanto, para garantir a ausência total de ISI em um sistema OFDM, utiliza-se um tempo de guarda (T_g) entre símbolos consecutivos, no qual é escolhido de forma a ser maior que o atraso de propagação do canal.

Além disso, para evitar também a interferência entre subcanais (ICI), adiciona-se uma extensão cíclica, também chamado de prefixo cíclico, durante o intervalo de guarda.

Considerando o tempo discreto, assumindo que a resposta ao impulso do canal é dada por uma vetor de seus coeficientes de comprimento P :

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_{P-1} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Se \mathbf{c} tem um comprimento $P < N$, uma extensão cíclica de comprimento $P-1$ pode ser adicionada em frente ao conjunto de símbolos originais mostrado na Figura 4.6. Ou seja, o conjunto original de símbolos do sinal OFDM (sem extensão cíclica) e o conjunto de símbolos com a extensão cíclica de comprimento P são escritos como, respectivamente:

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= \begin{bmatrix} s_0 & s_1 & \dots & s_{N-1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{s}' &= \begin{bmatrix} s_{N-P+1} & s_{N-P+2} & \dots & s_{N-1}, s_0, s_1, \dots, s_{N-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.12)$$

A saída do canal de comunicação \mathbf{y}' , sendo \mathbf{s}' o conjunto de símbolos a ser transmitido e \mathbf{c} a resposta ao impulso do canal, é dada por:

$$\mathbf{y}' = \mathbf{s}' * \mathbf{c} \quad (4.13)$$

em que $*$ denota a convolução linear.

Ao descartar as primeiras e as últimas $P - 1$ amostras de \mathbf{y}' , obtém-se o equivalente a uma convolução circular, dada por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{s} \otimes \mathbf{c}, \quad (4.14)$$

em que \mathbf{s} é o conjunto original de símbolos.

Ao aplicar a DFT na Equação (4.13), obtém-se que:

$$Y(m) = C(m)S(m), \quad (4.15)$$

em que $Y(m)$ é resposta em frequência do sinal recebido, $C(m)$ é resposta em frequência do canal e $S(m)$ é resposta em frequência do conjunto de símbolos sem prefixo cíclico, para mais detalhes [5]. Assim, os símbolos transmitidos podem ser recuperados a partir de:

$$\hat{S}(m) = \frac{Y(m)}{C(m)}, \quad (4.16)$$

caso a sub-banda seja suficientemente estreita (menor que a banda de coerência do canal), a equalização poderá ser realizada pela divisão do sinal recebido por apenas um coeficiente, uma vez que o valor estimado de $C(m)$ se aproxima de um fator escalar.

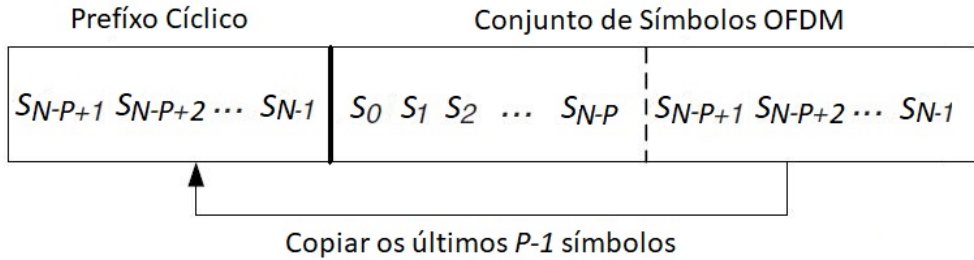


Figura 4.6: Conjunto de Símbolos OFDM com extensão cíclica. Adaptado de [5].

4.4 FBMC

Sistemas FBMC foram desenvolvidos por volta de 1960, quando Chang [8] apresentou as condições necessárias para se transmitir um conjunto de símbolos PAM paralelos com uma largura de banda mínima. Saltzberg [26], em seguida, propôs uma extensão a ideia de Chang, a qual era baseada na transmissão de símbolos QAM. Ao longo dos anos, outras técnicas e modificações surgiram [15], no entanto, neste trabalho serão apresentadas apenas três:

- multitom Cosseno Modulado (*Cosine modulated multitone* - CMT): técnica baseada na ideia de Chang.

- multitom escalonado (*Staggered Multitone* - SMT, também chamado de *offset QAM*): o método desenvolvido por Saltzberg.
- multitom filtrado (*filtered multitone* - FMT): método baseado na multiplexação por divisão na frequência (*Frequency Division Multiplexing* - FDM) com o uso de sub-portadoras que não se sobrepõem.

Essas técnicas serão vistas com mais detalhes nas seções seguintes.

4.4.1 CMT

Em um sistema CMT mostrado na Figura 4.7, são transmitidos símbolos PAM e, portanto, valores reais. Para maximizar a eficiência espectral, os símbolos são distribuídos de forma a terem um espaçamento temporal igual a T e um espaçamento entre as sub-portadoras de $F = 1/2T$, o que resulta em uma densidade de símbolo igual a:

$$D = \frac{1}{TF} = 2, \quad (4.17)$$

ou seja, existem dois símbolos por área, a qual é definida pelo espaçamento dos símbolos no tempo e na frequência. Assim, quanto maior é densidade, maior é a taxa de transmissão de dados.

A forma de onda CMT é dada como:

$$x(t) = \sum_n \sum_k s_k[n] e^{j(k-n)\frac{\pi}{2}} p(t - nT) e^{j(2k+1)\frac{\pi t}{2T}}, \quad (4.18)$$

em que $s_k[n]$ é o n -ésimo símbolo da k -ésima portadora.

Para garantir a ortogonalidade entre símbolos consecutivos e subportadoras adjacentes, o protótipo deve ser um filtro FIR do tipo I e deve ser a raiz quadrada de um pulso de Nyquist.

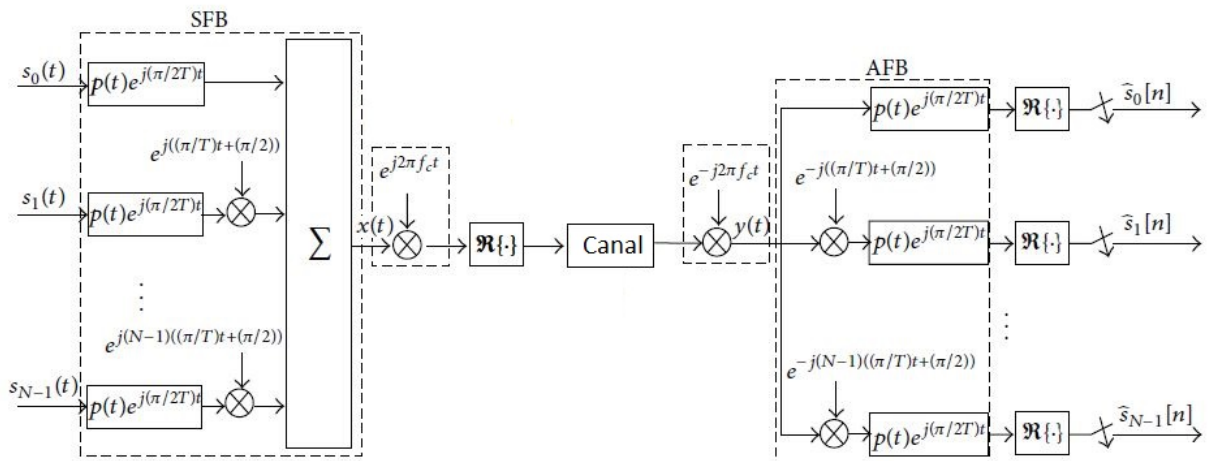


Figura 4.7: Diagrama de Blocos (a) do Transmissor e (b) do Receptor de um CMT. Adaptado de [14].

Ou seja, considerando $g(t) = p(t) * p(-t)$, $p(t)$ deve ser escolhido de tal forma que $g(t)$ atenda ao critério de Nyquist, como visto no Capítulo 3. Além disso, uma defasagem de fase de $\pi/2$ também deve ser mantida entre as sub-portadoras para garantir a ortogonalidade como mostrado na Figura 4.7.

4.4.2 SMT

A partir da estrutura do CMT é possível obter o SMT, basta deslocar as subportadoras de forma que a frequência central da primeira sub-portadora esteja localizada em zero, tratar o símbolo QAM como um par de símbolos PAM com espaçamento de $T/2$ e sub-portadoras espaçadas por $F = 1/T$. Assim, a densidade de símbolos continua sendo igual a $D = 2$.

Além disso, uma vez que os símbolos PAM são obtidos a partir de símbolos QAM, deve-se ajustar as fases de cada símbolo PAM de forma a ser possível escrever o símbolo QAM em termos das componentes em fase e em quadratura.

O transmissor e o receptor do SMT é mostrado na Figura 4.8. Para o primeiro, as componentes em fase dos símbolos, $s_i^I(t)$, são filtrados pelo protótipo, enquanto que as componentes em quadratura, $s_i^Q(t)$, são filtrados pelos protótipos defasados em $T/2$. Em seguida, as componentes são somadas e deslocadas para a frequência de cada sub-portadora. Finalmente, todas as sub-portadoras são somadas, deslocadas para a frequência de rádio e transmitida. O processo dual ocorre no receptor.

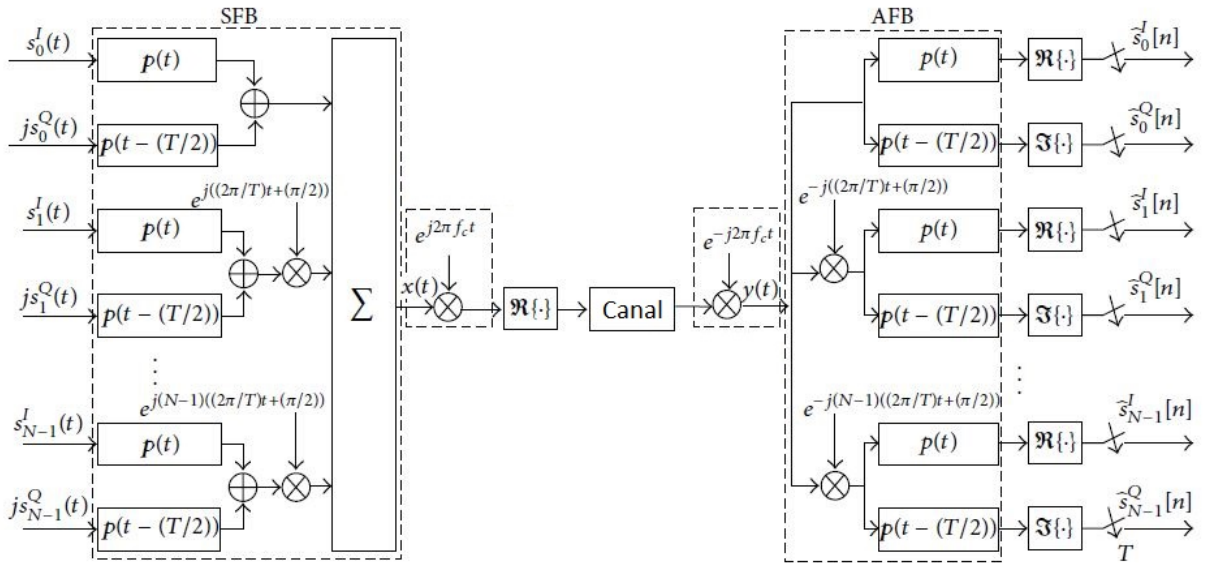


Figura 4.8: Diagrama de Blocos (a) do Transmissor e (b) do Receptor de um SMT. Adaptado de [14].

4.4.3 FMT

A última técnica, FMT, utiliza sub-portadoras que não se sobrepõem, assim, problemas de ICI são resolvidos com um projeto de filtro com pouca energia na banda de rejeição. Além disso, para reduzir a ISI, utiliza-se como protótipo a raiz quadrada de um filtro de Nyquist. Assim, o espaçamento entre as subportadoras deve ser de $(1 + \beta)/T$, a fim de evitar a sobreposição, no qual β é o fator de *roll-off*, o que resulta em uma densidade de símbolo de $D = (1 + \beta)/T$.

É possível notar que os sistemas FMT possuem uma eficiência de largura de banda menor que os sistemas CMT e SMT, uma vez que a densidade de símbolos do FMT é menor em relação aos outros dois sistemas, o que reduz a taxa de transmissão. Além disso, as sub-portadoras no FMT não podem sobrepor, o que aumenta a largura de banda do sistema para um mesmo valor de subportadoras (É importante notar que a largura de banda de um sinal no sistemas CMT/SMT é equivalente ao de um sistema OFDM convencional, para mais detalhes [14]).

A estrutura do transmissor e do receptor desta técnica estão mostradas na Figura 4.9. No primeiro, os símbolos são filtrados e deslocados para a frequência das subportadoras de forma a não se sobreporem, em seguida, são somados e deslocados para a frequência de rádio. No receptor, o processo inverso acontece.

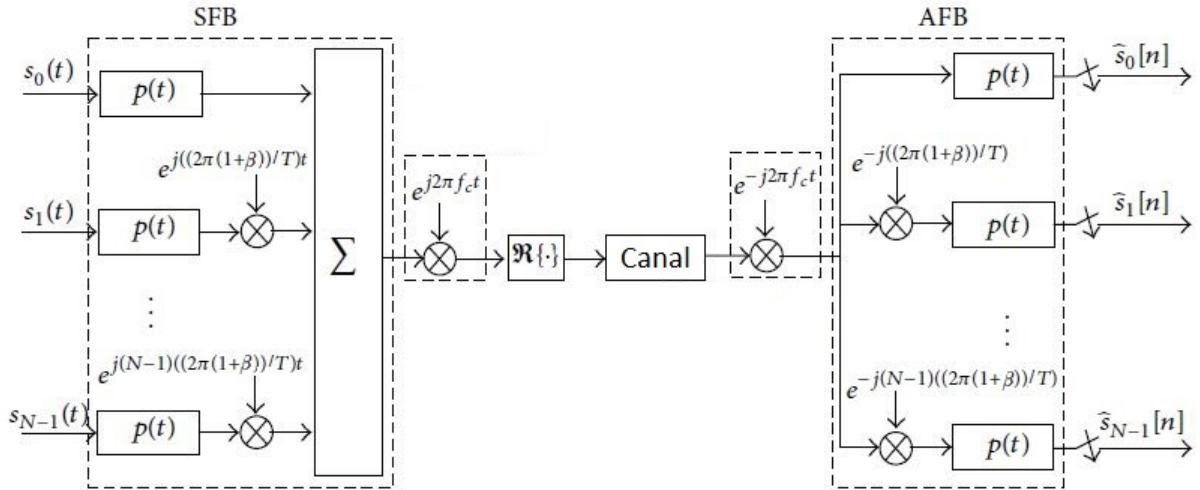


Figura 4.9: Diagrama de Blocos (a) do Transmissor e (b) do Receptor de um FMT. Adaptado de [14].

4.5 Simulação e Comparação

Para avaliar e comparar o desempenho de sistemas OFDM com sistemas FBMC, um algoritmo capaz de simular ambos sistemas foi criado. No caso de sistemas OFDM, foi utilizado o esquema mostrado na Figura 4.2 com os protótipos sendo pulsos retangulares. Já para sistemas FBMC, foi utilizada a técnica SMT mostrada na Figura 4.8 com os protótipos: SRRC, Martin e Farhang. Os protótipos IOTA e Haas não foram utilizados por não conseguirem atender a densidade de símbolos

definidos pelo sistema de SMT, como mostrado em [3] e [17].

Para melhor comparação, alguns parâmetros foram padronizados e estão mostrados na Tabela 4.1. Como consequência dos parâmetros definidos, os filtros dos sistemas FBMC possuem um comprimento de $L = KM + 1 = 513$. Em especial para protótipo de Farhang, os outros parâmetros, de acordo com a seção 3.4.2, foram definidos como mostrado na Tabela 4.2.

Finalmente, o canal utilizado na simulação introduz ruído branco aditivo gaussiano (do inglês *Additive white Gaussian noise* - AWGN) [11], assim, será possível obter a curva da BER em função da razão entre a energia por *bit* e a densidade espectral de potência unilateral do ruído, E_b/N_0 .

Nas Figuras 4.11 e 4.12, tem-se a estimativa da PSD de cada umas das simulações realizadas. Ao comparar os quatro gráficos, é possível notar que a PSD do sinal OFDM apresenta o menor decaimento na banda de rejeição (A banda de rejeição foi definida como a faixa de frequência normalizada dada por: $0,25 \leq f/f_s \leq 0,9962$, pontos de início dos lóbulos secundários), o que resulta em uma maior potência fora de banda como mostrado na Tabela 4.3.

Ao comparar a PSD das diferentes implementações do sistema FBMC, melhor comparadas na Figura 4.10, é possível notar que o sistema com o protótipo de Martin possui o maior decaimento na banda de rejeição, seguido pelo sistema com o de Farhang. Da mesma forma, como visto na Figura 3.11, o protótipo de Martin também apresentou o maior decaimento seguido pelo de Farhang. Ou seja, o comportamento do sinal dos sistemas FBMC é consequência direta do comportamento do protótipo utilizado.

No entanto, com a Tabela 4.3, nota-se que a potência da banda de rejeição em relação a potência total do sinal (Potência Fora de Banda Relativa) é menor no sistema com o protótipo de Farhang. Isto é consequência do maior decaimento do lóbulo secundário que exerce maior influência no valor da potência, como visto na Seção 3.6.

Tabela 4.1: Valores dos parâmetros padronizados para as simulações.

Parâmetro	Valor
Número de sub-portadoras (N)	64
Fator de Sobreposição (M)	256
Fator de Sobreposição (K)	4
Número de <i>bits</i> transmitidos	100224
Constelação	64-QAM
Fator de <i>rolloff</i> (β)	1

Tabela 4.2: Valores dos parâmetros para as simulações com protótipo de Farhang.

Parâmetro	Valor
γ	0,1
γ'	0,1
η_n	0
Número de iterações	30

Na Tabela 4.3, também estão mostradas os valores obtidos da PAPR de cada simulação para um mesmo conjunto de dados transmitidos. É notável que, mesmo a diferença dos valores sendo da ordem de 10^{-2} dB, os sistemas com FBMC obtiveram os menores valores de PAPR.

Além disso, na Figura 4.13, é possível notar que todos os sistemas simulados atendem a curva teórica esperada para a modulação de 64-QAM. Assim, mesmo com diferentes desempenhos na banda de rejeição, é possível obter o mesmo desempenho em relação à BER.

Tabela 4.3: Potência fora da banda em relação ao sistema simulado.

	OFDM	SRRC	Martin	Farhang
Potência Fora de Banda Relativa [%]	8, $20 \cdot 10^{-1}$	8, $01 \cdot 10^{-4}$	6, $44 \cdot 10^{-5}$	1, $87 \cdot 10^{-5}$
PAPR [dB]	10, 3045	10, 3034	10, 2802	10, 2851

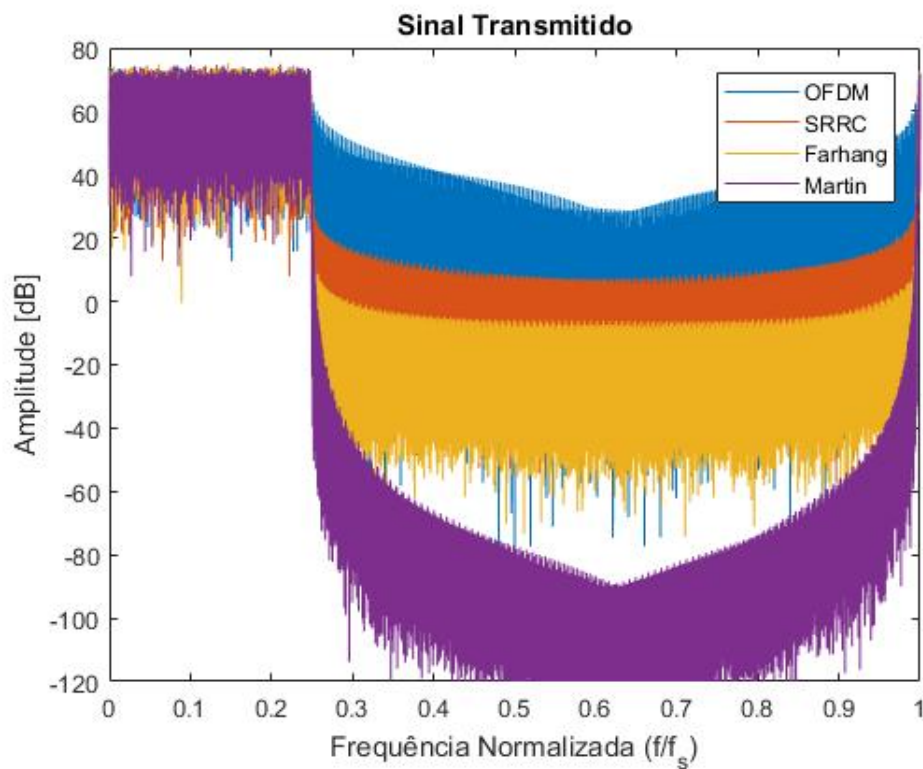
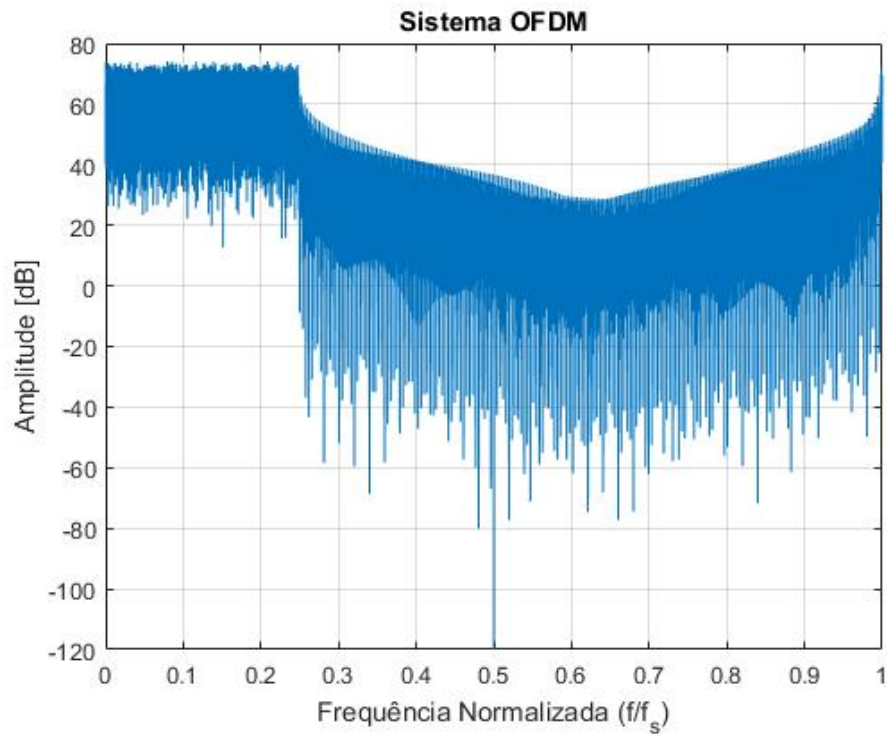
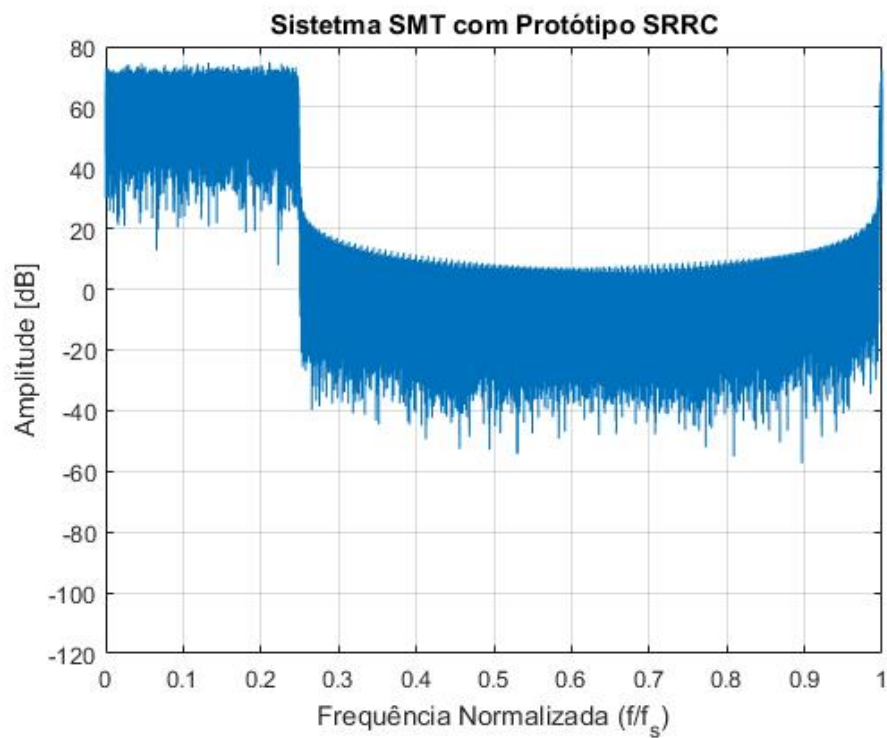


Figura 4.10: Gráfico da PSD de todos os sistemas modulados.

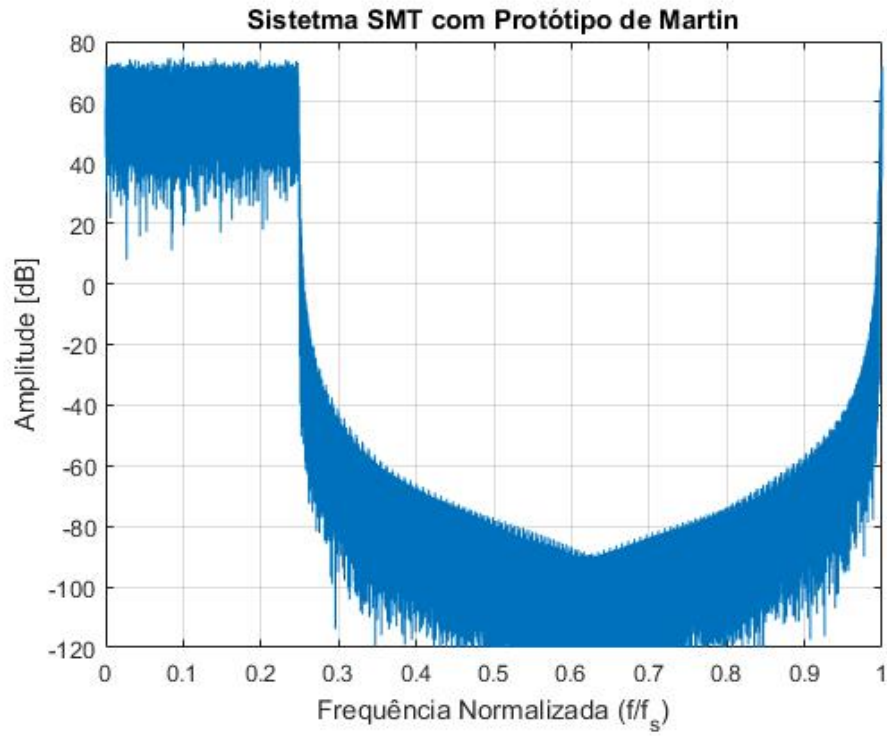


(a) PSD do sistema OFDM.

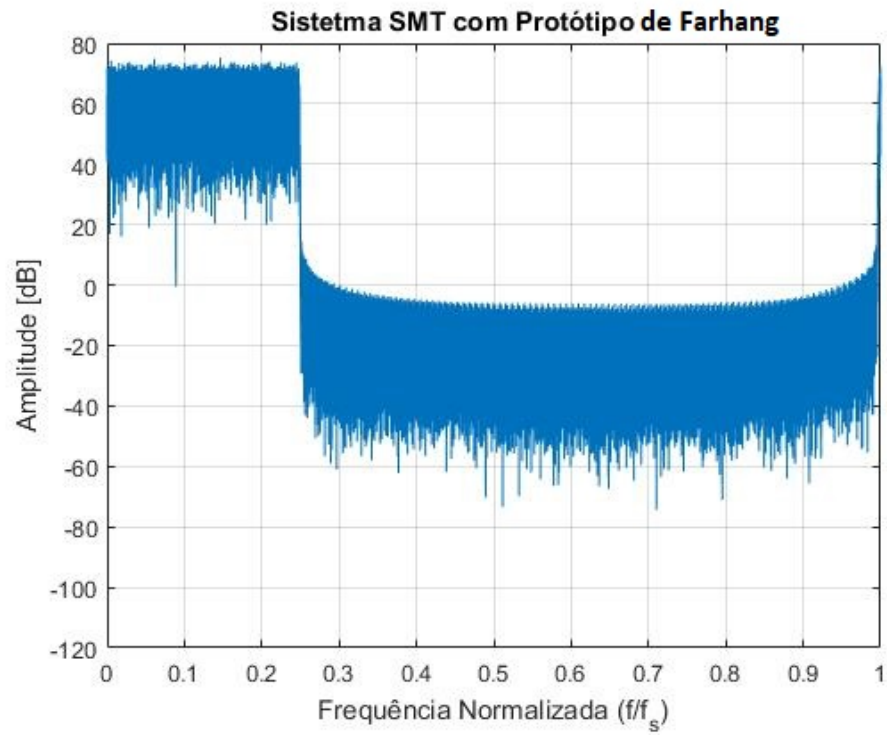


(b) PSD do sistema FBMC com Raiz do Cosseno Levantado.

Figura 4.11: Estimativa da Densidade Espectral de Potência do sinal Transmitido dos sistemas OFDM e FBMC com SRRC.



(a) PSD do sistema FBMC com Protótipo de Martin.



(b) PSD do sistema FBMC com Protótipo de Farhang.

Figura 4.12: Estimativa da Densidade Espectral de Potência do sinal Transmitido dos sistemas FBMC com Martin e Farhang.

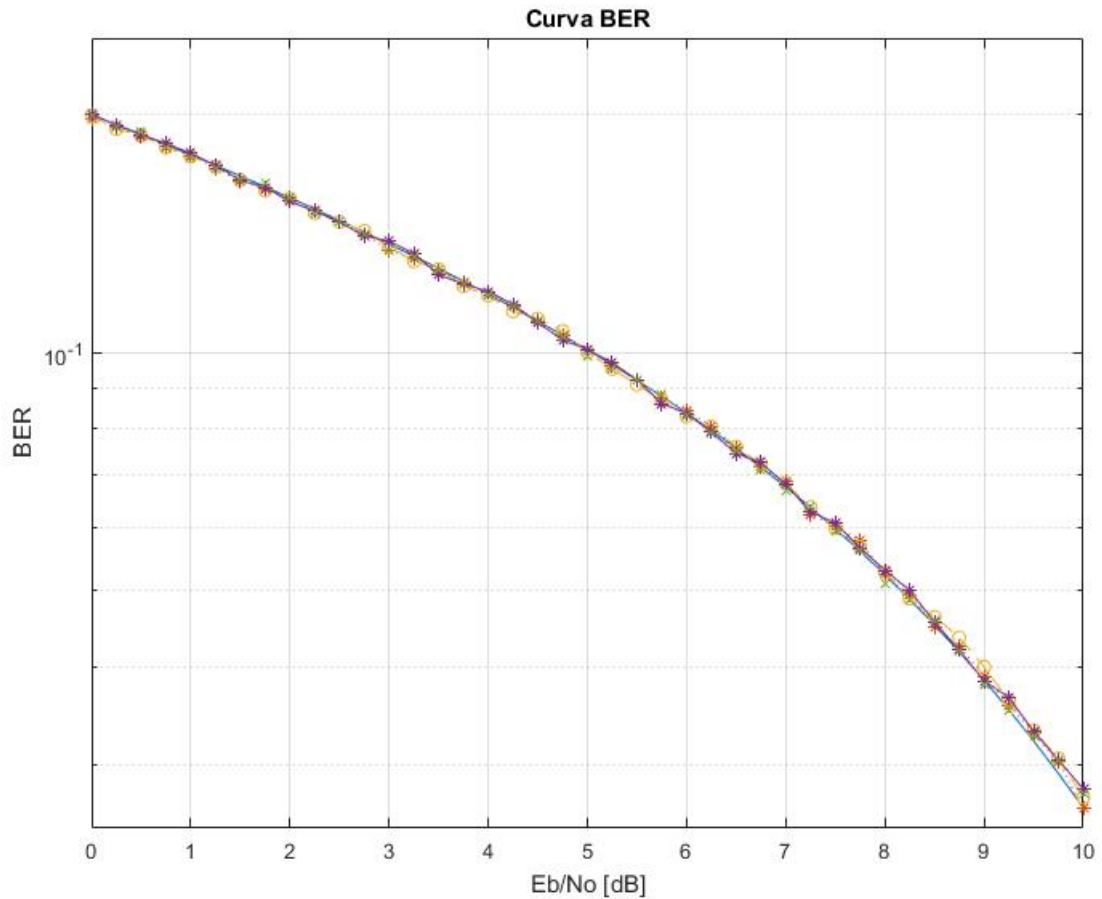


Figura 4.13: Curvas BER dos sistemas FBMC e OFDM.

4.6 Conclusão

Este capítulo abordou a base teórica de esquemas de modulação, focando em sistemas OFDM e FBMC. Como foi mostrado, os esquemas multiportadora são uma boa alternativa para casos em que se deseja ter uma alta taxa de transmissão sem ISI em canais com multipercurso, uma vez que permitem aumentar o tempo de símbolo para uma mesma taxa de transmissão.

No entanto, o custo e a complexidade do sistema aumentam, devido à necessidade de um modulador e demodulador para cada sub-portadora, por exemplo. Assim, os sistemas OFDM surgem como solução, uma vez que podem ser facilmente implementados com um par de bloco IFFT/FFT e garantem um sistema livre de ICI com o uso de prefixo cíclico.

Mas, como visto anteriormente, é desejável um sinal transmitido com baixa energia na banda de rejeição, surgindo como solução o sistema FBMC, o qual o comportamento depende da escolha do filtro. A partir disso, os sistemas OFDM e FBMC foram implementadas e foi possível compará-

los. Com os resultados, nota-se que, com os sistemas FBMC, obtém-se um desempenho melhor na banda de rejeição para um mesmo desempenho em relação a BER e a PAPR, o que torna o FBMC um potencial candidato para sistemas com rádio cognitivo.

Capítulo 5

Conclusões

Este trabalho teve como proposta apresentar a teoria de esquemas de modulação candidatas para o 5G, em específico o OFDM e o FBMC, com o propósito de verificar a aplicação de cada esquema em sistemas com rádio cognitivo por meio de resultados obtidos a partir de simulações.

Inicialmente, foram apresentados os fundamentos necessários para a compreensão de esquemas FBMC, abordando primeiramente a conversão de taxa de amostragem, a qual inclui a decimação e a interpolação, e seus efeitos no espectro do sinal. Em seguida, foram apresentados os sistemas multitaxa, formados a partir da combinação de decimadores e interpoladores, a fim de reduzir a complexidade do processamento de um sinal.

Também foram vistos os diferentes tipos de filtros FIR, dos quais o tipo I é o mais utilizado, uma vez que não apresenta restrições em relação a sua resposta na frequência. Finalmente, foram apresentados os bancos de filtros de síntese e de análise e os sistemas que eles podem compor. Destes sistemas, foi observado que, para obter a reconstrução perfeita, muitas restrições devem ser atendidas. No entanto, em sistemas reais, independentemente do sistema, não é possível obter a reconstrução perfeita devido às respostas não-ideias dos equipamentos e dos canais. Assim, busca-se obter uma reconstrução quase perfeita, o que permite uma maior flexibilidade no projeto de protótipo do filtro utilizado.

Assim, novas técnicas de protótipo de filtro são apresentadas: projeto de Martin, de Farhang, IOTA e de Haas. O protótipo de SRRC também foi apresentado por ser amplamente utilizado em sistemas de comunicação. Esses métodos foram apresentados por resultarem em filtros FIR do tipo I com menor energia fora de banda, atendendo ao critério de Nyquist, de forma aproximada em alguns casos, como o de Farhang.

Finalmente, foram apresentados os fundamentos de modulação multiportadora, a qual permite transmitir um sinal com alta taxa de *bits* com ISI reduzida mesmo através de canais variantes no tempo. Em seguida, sistemas OFDM foram apresentados, mostrando que é possível gerar um sinal OFDM com o uso de um par de blocos IFFT/FFT, além de também ser possível realizar a equalização a partir de apenas um coeficiente escalar e obter redução de ICI por meio do uso de prefixo cíclico.

Também foram apresentadas três técnicas FMBC: FMT, SMT e CMT, das quais SMT e CMT são técnicas similares, sendo possível obter uma a partir da outra. Dentre as três técnicas, a FMT possui menor potencial para 5G, uma vez que não permite a sobreposição de sub-canais, aumentando a largura de banda e reduzindo a densidade de símbolos por área e, conseqüentemente, tendo uma eficiência espectral menor.

Após toda teoria ser abordada, foram apresentados os resultados obtidos das simulações de sistemas OFDM convencional e FBMC com a técnica SMT. Com esses resultados, foi observado que ambos sistemas obtiveram o mesmo desempenho em relação à PAPR e à BER, o que mostra que a ISI introduzida ao se atender aproximadamente o critério de Nyquist nos casos dos sistemas FBMC pode ser desprezível.

No entanto, os esquemas FBMC obtiveram um desempenho de pelo menos 1000 vezes melhor da potência da banda de rejeição em relação ao esquema OFDM. Isto é consequência direta do protótipo utilizado, principalmente, com os esquemas com o protótipo de Martin e de Farhang. O filtro de Martin se destaca pelo decaimento mais rápido ao longo da banda de rejeição e o de Farhang, pelo maior decaimento do lóbulo secundário em relação ao primário.

Assim, os sistemas FBMC, principalmente os que utilizam os protótipos de Farhang e de Martin, permitem o uso mais eficiente do espectro e atendem mais facilmente aos requisitos definidos pela máscara espectral, uma vez que reduzem a radiação fora de banda. Como consequência, o FBMC se torna um potencial candidato para aplicação de rádio cognitivo na futura rede de comunicação sem fio, o 5G.

5.1 Propostas Futuras

Este trabalho avaliou o desempenho dos sistemas OFDM e FBMC através de um canal AWGN, ao comparar parâmetros como a BER, a PAPR e o potência fora de banda. No entanto, outros parâmetros podem ser utilizados a fim de aprofundar esta comparação. Assim, algumas sugestões para continuação deste trabalho são: análise do diagrama de olho, do inglês *eye pattern*, o uso de equalizadores em ambos os sistemas, uma vez que o estudo sobre equalização em sistemas FBMC não foi realizado.

Além disso, pode ser verificado o desempenho de ambos sistemas através de um canal duplamente dispersivo (dispersivo tanto no tempo, quanto na frequência), no qual também poderia ser utilizado os protótipos IOTA e de Haas para comparação, ou de um canal com mobilidade, obtendo o comportamento de ambos sistemas ao se introduzir erros de sincronização do tempo e da frequência.

No contexto de rádio cognitivo, também é possível verificar os outros requisitos mencionados anteriormente como sensoriamento espectral, mobilidade do espectro e compartilhamento do espectro, para cada tipo de modulação.

Por fim, pode-se analisar o desempenho dos esquemas de modulação ao passarem por um amplificador, verificando a ocorrência de distorção e o seu efeito na banda de rejeição. Além de

também ser possível criar propostas alternativas para se reduzir a PAPR.

Referências Bibliográficas

- [1] 5G: Tecnologias de celular. http://www.teleco.com.br/5g_tecnologia.asp. Acessado em: 2018-02-28.
- [2] SM.1541 : Unwanted emissions in the out-of-band domain. International Telecommunication Union - ITU. Acessado em: 2018-02-28.
- [3] M. Alard, C. Roche, and P. Siohan. A new family of function with a nearly optimal time-frequency localization. *Technical Report of the RNRT Project Modyr*, 1999.
- [4] P. Amini, R. Kempter, and B. Farhang-Boroujeny. A comparison of alternative filterbank multicarrier methods for cognitive radio systems. In *Proc. of the SDR Technical Conference and Product Exposition*, 2006.
- [5] J. G. Andrews, A. Ghosh, and R. Muhamed. *Fundamentals of WiMAX: understanding broadband wireless networking*. Pearson Education, 2007.
- [6] M. Bellanger, D. Le Ruyet, D. Roviras, M. Terré, J. Nossek, L. Baltar, Q. Bai, D. Waldhauser, M. Renfors, T. Ihalainen, et al. FBMC physical layer: a primer. *PHYDYAS, January*, 25(4):7–10, 2010.
- [7] B. Boashash. *Time-frequency signal analysis and processing: a comprehensive reference*. Academic Press, 2015.
- [8] R. Chang. High-speed multichannel data transmission with bandlimited orthogonal signals. *Bell Sys. Tech. J*, 45(10):1775–1796, 1966.
- [9] B. Châtelain and F. Gagnon. Peak-to-average power ratio and intersymbol interference reduction by Nyquist pulse optimization. In *Vehicular Technology Conference, 2004. VTC2004-Fall. 2004 IEEE 60th*, volume 2, pages 954–958. IEEE, 2004.
- [10] M. W. R. da Silva. *Redes cognitivas com oportunidades dinâmicas de acesso ao espectro*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2011.
- [11] P. S. Diniz, E. A. Da Silva, and S. L. Netto. *Digital Signal Processing: system analysis and design*. Cambridge University Press, 2010.
- [12] B. Farhang-Boroujeny. A square-root Nyquist (m) filter design for digital communication systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(5):2127–2132, 2008.

- [13] B. Farhang-Boroujeny. OFDM versus filter bank multicarrier. *IEEE signal processing magazine*, 28(3):92–112, 2011.
- [14] B. Farhang-Boroujeny. Filter bank multicarrier modulation: A waveform candidate for 5G and beyond. *Advances in Electrical Engineering*, 2014, 2014.
- [15] B. Farhang-Boroujeny and C. H. Yuen. Cosine modulated and offset QAM1 filter bank multicarrier techniques: a continuous-time prospect. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2010:6, 2010.
- [16] N. J. Fliege. *Multirate digital signal processing*, volume de 1994. John Wiley New York.
- [17] R. Haas and J.-C. Belfiore. A time-frequency well-localized pulse for multiple carrier transmission. *Wireless personal communications*, 5(1):1–18, 1997.
- [18] F. J. Harris. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. *Proceedings of the IEEE*, 66(1):51–83, 1978.
- [19] K. A. Kumar and M. Srilatha. Efficient utilization of spectral mask in OFDM based cognitive radio networks. *IOSR Journal of Electronics and Communication Engineering (IOSR-JECE)* e-ISSN: 2278-2834,p- ISSN: 2278-8735.Volume 9, Issue 6, Ver. III (Nov - Dec. 2014), PP 94-99.
- [20] B. P. Lathi. *Modern digital and analog communication systems*. Oxford University Press, Inc., 1995.
- [21] K. W. Martin. Small side-lobe filter design for multitone data-communication applications. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, 45(8):1155–1161, 1998.
- [22] A. R. Mishra. *Advanced cellular network planning and optimisation: 2G/2.5 G/3G... evolution to 4G*. John Wiley & Sons, 2007.
- [23] R. N. Mitra and D. P. Agrawal. 5G mobile technology: A survey. *ICT Express*, 1(3):132–137, 2015.
- [24] E. Ângelo Canavitsas. Metodologia para avaliação dos níveis de interferências permissíveis gerados por rádios cognitivos em sistemas primários de telecomunicações. apresentado em Seminário - Rádio Cognitivo - ANATEL, Brasília - Distrito Federal - Brasil.
- [25] P. Pirinen. A brief overview of 5G research activities. In *5G for Ubiquitous Connectivity (5GU), 2014 1st International Conference on*, pages 17–22. IEEE, 2014.
- [26] B. Saltzberg. Performance of an efficient parallel data transmission system. *IEEE Transactions on Communication Technology*, 15(6):805–811, 1967.
- [27] M. Shaat and F. Bader. Power allocation and throughput comparison in OFDM and FBMC based cognitive radio. In *Proc. of the 22nd Meeting of the Wireless World Research Forum, WWRF 09*, 2009.

- [28] F. Xiong. *Digital modulation techniques*. Artech House, 2006.
- [29] H. Zhang, D. Le Ruyet, D. Roviras, Y. Medjahdi, and H. Sun. Spectral efficiency comparison of OFDM/FBMC for uplink cognitive radio networks. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2010(1):621808, 2010.

ANEXOS

I. SIMULADOR DE SISTEMAS OFDM E FBMC

Os resultados apresentados no Capítulo 4 foram obtidos a partir do simulador mostrado na Figura I.1. Nesta interface gráfica, os parâmetros de entradas estão descritos na Tabela I.1. Ao definir os parâmetros de entrada e rodar a simulação, tem-se como resultado seis gráficos descritos na Tabela I.2 e os parâmetros de saída na Tabela I.3.

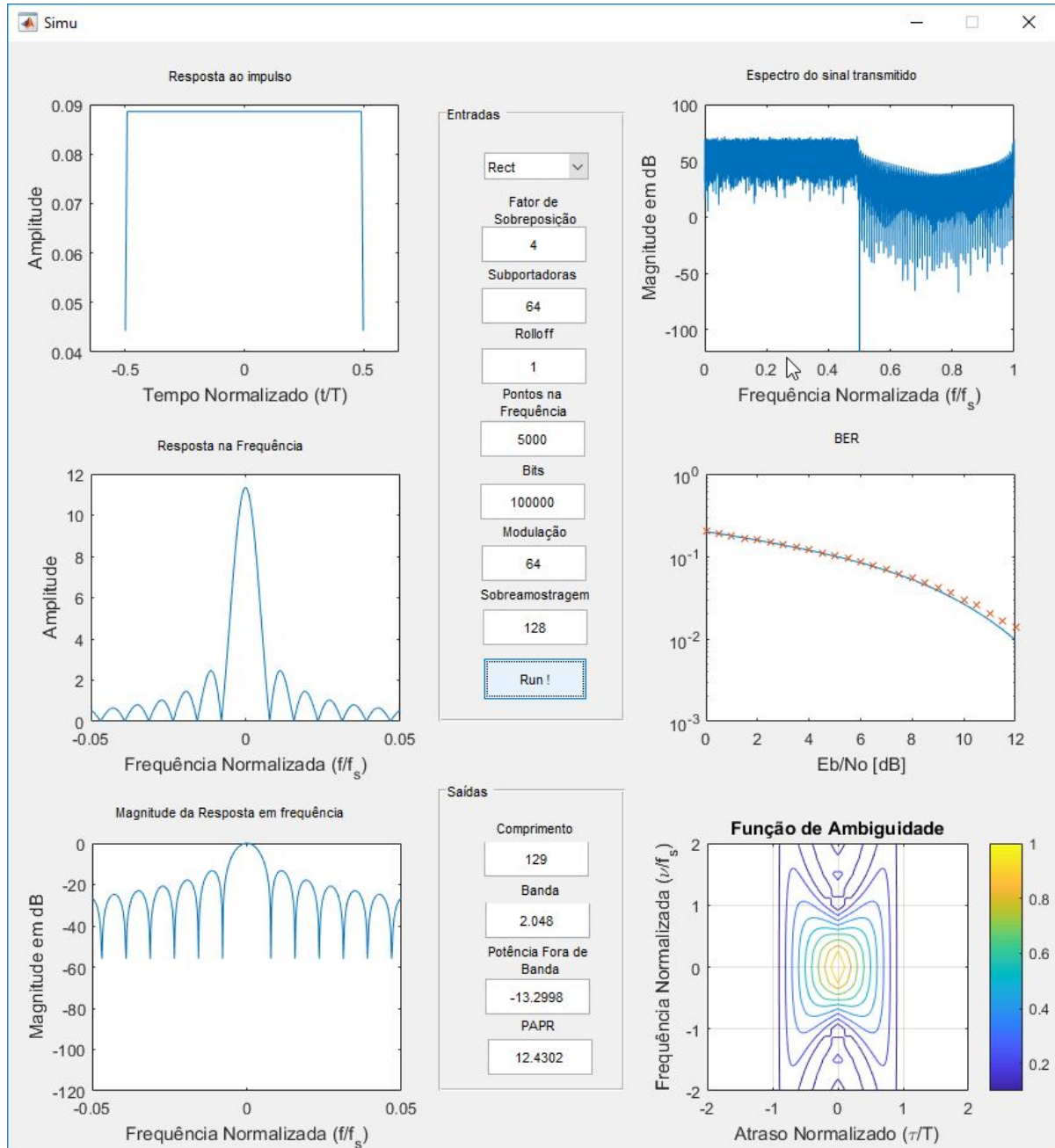


Figura I.1: Interface gráfica criada para realização das simulações.

Tabela I.1: Descrição dos Parâmetros de Entrada.

Parâmetro	Descrição
Protótipo de Filtro	Indica qual protótipo será utilizado na simulação. Caso seja escolhido a pulso retangular, será simulado um sistema OFDM convencional. Caso contrário, será simulado um sistema FBMC do tipo SMT com o protótipo escolhido.
Fator de Sobreposição	Indica os número de símbolos que serão sobrepostos. Só é válido para sistemas FBMC.
Fator de <i>rolloff</i>	Fator utilizado no projeto de filtros SRRC e de Farhang.
Pontos na Frequência	Indica a número de pontos que serão utilizados para o cálculo da FFT dos filtros. Quanto maior o número de pontos, maior será a resolução do gráfico da resposta em frequência
Número de <i>bits</i>	Indica o número de bits a serem transmitidos na simulação. Quanto maior o número de bits, mais preciso será a estimativa da BER.
Modulação	Indica o número de símbolos da constelação QAM a ser utilizada na simulação.
Fator de Sobreamostragem	Indica a fator de sobreamostragem a ser aplicado nos protótipos.

Tabela I.2: Descrição dos gráficos.

Gráfico	Descrição
Resposta ao impulso	Gráfico da resposta ao impulso do protótipo escolhido.
Resposta na frequência	Gráfico da resposta na frequência do protótipo escolhido.
Magnitude da resposta em frequência	Gráfico da resposta na frequência do protótipo escolhido em decibéis.
Espectro do sinal	Espectro do sinal transmitido pelo sistema escolhido.
BER	BER em relação a E_b/N_0 utilizando o sistema utilizado.
Função de Ambiguidade	Gráfico da função de ambiguidade do protótipo utilizado.

Tabela I.3: Descrição dos Parâmetros de Saída.

Parâmetros de Saída	Descrição
Comprimento	Comprimento do protótipo do filtro.
Banda	Largura de banda do protótipo normalizada pela frequência de amostragem vezes o fator de amostragem.
Potência do Protótipo	Potência fora de banda do protótipo.
PAPR	PAPR do sinal transmitido.